



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
DE TELECOMUNICACIÓN

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

PROYECTO FIN DE CARRERA

**Utilización de la plataforma SCIRun para la
resolución del problema inverso en
electrocardiografía**

Autor: Patricia Mónica Blanco Martín

Tutor: Felipe Alonso Atienza

Curso académico 2014/2015

ACTA DE EVALUACIÓN

Alumno:

Titulación:

Título del proyecto:

¿Es el proyecto resultado de Prácticas en empresas? SÍ / NO

Tutor:

Cotutor (si procede):

COMISIÓN EVALUADORA

Presidente:

Vocal:

Secretario:

CALIFICACIÓN DETALLADA DEL PROYECTO

	Presidente	Vocal	Secretario
Presentación escrita (MB-B-R-M-MM)			
Presentación oral (MB-B-R-M-MM)			
Complejidad técnica (MB-B-R-M-MM)			
Metodología empleada (MB-B-R-M-MM)			
Resultados obtenidos (MB-B-R-M-MM)			
Esfuerzo realizado (MB-B-R-M-MM)			

CALIFICACIÓN FINAL DEL PROYECTO:

	SB/ NOT/ AP/ SS/ NP
(nota numérica)	Enmarcar la calificación alcanzada

PROYECTO PROPUESTO PARA MATRÍCULA DE HONOR: SÍ / NO
(Sólo si la nota numérica final es igual a 10)

Fuenlabrada,

de

de 2015

El Presidente

El Vocal

El Secretario

Resumen

Una de las principales causas de muerte que ocurren en el mundo occidental se debe a las enfermedades cardiovasculares. Este es el motivo de que en los últimos años las investigaciones se hayan centrado en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades cardiacas a través del estudio de la actividad eléctrica en el corazón.

En la práctica clínica existen dos métodos de diagnóstico en electrocardiografía: métodos invasivos y no invasivos. El más utilizado es el ECG o electrocardiograma el cual es un método no invasivo. Éste consiste en realizar un registro de la actividad eléctrica a través de la colocación de diez electrodos situados sobre el torso y las extremidades del paciente.

Por otro lado, están los métodos invasivos, que consisten en abrir al paciente para poder registrar la actividad eléctrica en el corazón. Debido a que este tipo de métodos tienen un gran riesgo, se han desarrollado algoritmos que permiten reconstruir la actividad eléctrica del corazón, registrando esta actividad en la superficie del torso. A esto se lo conoce como problema inverso.

Actualmente existen varias técnicas de regularización para el problema inverso, pero existe el problema de que son propiedad de los investigadores. Con este proyecto, se ha querido conseguir implementar estas técnicas usando una herramienta de código abierto, SCIRun.

Con esta herramienta, se ha implementado los algoritmos de regularización de Tikhonov, TikhonovSVD y Truncated SVD para identificar diferentes comportamientos ante diferentes escenarios. A partir de esta implementación y estudio de los resultados obtenidos, nuestro objetivo es encontrar las diferentes limitaciones que se nos presentan a lo largo de todo este proceso en la herramienta SCIRun. Con ello se comparará con Matlab, que es una herramienta de software propietario.

Cada una de estas bases obtenidas nos dará una valoración de SCIRun y nos marcará una posible referencia que nos servirá para su utilización en los distintos campos de estudio de la electrocardiografía para el futuro.

Agradecimientos

Ha sido un camino muy largo el haber llegado hasta la realización y finalización de este proyecto, el cual no hubiera sido capaz de realizar sin el apoyo de mi familia y amigos. Por eso creo que es mi deber el dedicarles este proyecto a ellos, a todas las personas que día tras día me han apoyado y no han dejado que me rinda.

Primero quiero agradecer a mi madre, María Teresa Martín Moreno, por haberme enseñado a no abandonar y seguir luchando por conseguir mis objetivos. Además agradecer a Amparo Caballero el haberme ayudado siempre a ver el lado positivo de las cosas y enseñarme a no ofuscar me ante las adversidades que se presentaban. A mi hermano Aitor y a mi padre Alberto por ayudarme en esta última etapa, sin olvidarme de mi hermana pequeña Isabel que siempre ha tenido palabras de aliento cuando más lo necesitaba.

Por supuesto qué decir de mis compañeros y amigos, Javier Benito García-Mochales, Javier del Castillo Sosa y David Jiménez Ramírez que sin su ayuda y apoyo a lo largo de todos estos años no hubiera podido conseguir terminar.

Por último, y no por ello menos importante, agradecerle a mi tutor Dr. Felipe Alonso Atienza la confianza que ha depositado en mí incluso cuando yo dudaba de mí misma, además de por sus comentarios y recomendaciones que han hecho de este proyecto algo mejor.

Índice

Resumen	I
Agradecimientos.....	III
Índice	V
Índice de figuras.....	VII
Índice de tablas	IX
Abreviaturas.....	XI
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Motivación y estado del arte	1
1.1.1 Arritmias Cardiacas	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Estructura de la Memoria	5
Capítulo 2 Electrofisiología cardiaca	7
2.1 Anatomía y fisiología del corazón	7
2.2 Anatomía y fisiología del músculo cardiaco	9
2.3 El ciclo cardiaco	10
2.4 Potencial de acción	12
2.5 Electrocardiograma	14
2.5.1 BSPM	18
2.6 Trastornos Cardiacos	20
2.6.1 Tipos de arritmias.....	20
2.6.2 Patologías morfológicas cardiacas	22
Capítulo 3 Modelado cardiaco.....	23
3.1 SCIRun.....	23
3.2 Problema directo en electrocardiografía	24
3.2.1 Matemática del problema directo.....	25
3.2.2 Implementación del problema Directo en SCIRun	26
3.3 Problema Inverso en electrocardiografía	29
3.3.1 Matemática del problema inverso	29
3.3.2 Regularización de Tikhonov	31

3.3.3 Singular Value Descomposition (SVD)	34
3.3.3.1 Tikhonov SVD.....	35
Implementación de Tikhonov SVD en SCIRun	36
3.3.3.2 Truncated Singular Value Descomposition (TSVD).....	38
Implementación de TSVD en SCIRun.....	38
Capítulo 4 Desarrollo y Resultados	41
4.1 Datos en el modelado.....	41
4.2 Regularización de Tikhonov	43
4.2.1 Datos PacingLento	44
4.2.2 Datos 2080.....	46
4.2.3 Datos Espejo	49
4.2.4 Datos 80Frib20LA	51
4.3 Regularización de Tikhonov aplicando la descomposición en valores singulares	54
4.3.1 Reconstrucciones con Tikhonov SVD	54
4.3.2 Estudio del Error Relativo y la correlación media con Tikhonov SVD	57
4.4 Truncado de la descomposición en valores singulares (TSVD)	58
4.4.1 Reconstrucciones con TSVD.....	58
4.4.2 Estudio del Error Relativo y la correlación media con TSVD	60
4.5 Resultados de comparación de métodos	61
4.5.1 Análisis del Error Relativo obtenido.....	62
4.5.2 Análisis de la Correlación promedia obtenida.....	63
Capítulo 5 Conclusiones.....	67
Anexo I.....	LXIX
Anexo II.....	LXX
Anexo III.....	LXXI
Anexo IV.....	LXXII
Bibliografía.....	LXXIII

Índice de figuras

Figura 1. Anatomía del corazón [8].	8
Figura 2. Capas del músculo Cardíaco [9].	9
Figura 3. Ciclo Cardíaco. [10]	12
Figura 4. Fases del Potencial de acción.[20]	13
Figura 5. Registro del potencial de acción.	15
Figura 6. Derivaciones estándar.	17
Figura 7. Derivaciones aumentadas.	17
Figura 8. Precordiales y sus respectivos Electrodo Derivados. [12]	18
Figura 9. Esquema de la colocación de los nodos del BSPM	19
Figura 10. Ejemplo de señal de taquicardia sinusal.	20
Figura 11. Ejemplo de señal de bloqueo auriculoventricular.	21
Figura 12 Ejemplo de señal de latido ectópico.	21
Figura 13. Ejemplo de fibrilación ventricular.	22
Figura 14. Módulo EvaluateLinAlgBinary	27
Figura 15. Módulo GetColumnOrRowFromMatrix	27
Figura 16. Representación modelo de esferas en SCIRun.	28
Figura 17. Representación de la curva L.	32
Figura 18. Módulo SolveInverseProblemWithTikhonov	32
Figura 19. Interfaz de configuración del módulo SolveInverseProblemWithTikhonov	33
Figura 20. Módulo ComputeSVD.	35
Figura 21. Módulo SolveInverseProblemWithTikhonovSVD	36
Figura 22. Interfaz de configuración del módulo SolveInverseProblemWithTikhonovSVD.	37
Figura 23. Módulo SolveInverseProblemWithTSVD.	39
Figura 24. Interfaz de usuario del módulo SolveInverseProblemWithTSVD.	39
Figura 25. Representación de las esferas para los datos PacingLento (izquierda) y 2080 (derecha).	42

Figura 26 Representación de las esferas para los datos Espejo (izquierda) y 80Fibr20LA (derecha).....	43
Figura 27. Reconstrucción de Tikhonov Orden 0 en Datos PacingLento.....	44
Figura 28. Reconstrucción de Tikhonov Orden 1 en Datos PacingLento.....	44
Figura 29. Reconstrucción de Tikhonov Orden 2 en Datos PacingLento.....	45
Figura 30. Error relativo y Correlación media en Datos PacingLento	46
Figura 31. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos 2080	47
Figura 32. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos 2080	47
Figura 33. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos 2080	48
Figura 34 . Error relativo y Correlación media en Datos 2080.	48
Figura 35. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos Espejo	49
Figura 36. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos Espejo	50
Figura 37. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos Espejo	50
Figura 38. Error relativo y Correlación media en Datos Espejo.	51
Figura 39. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos 80Frib20LA	52
Figura 40. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos 80Frib20LA	52
Figura 41. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos 80Frib20LA	53
Figura 42. Error relativo y Correlación media en Datos 80Fibr20LA.....	54
Figura 43. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos PacingLento.....	55
Figura 44. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos 2080	55
Figura 45. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos Espejo.....	56
Figura 46. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos 80Fibr20LA.....	56
Figura 47. Error relativo y Correlación media con Tikhonov SVD	57
Figura 48. Reconstrucción TSVD en Datos PacingLento.....	58
Figura 49. Reconstrucción TSVD en Datos 2080	59
Figura 50. Reconstrucción TSVD en Datos Espejo.....	59
Figura 51. Reconstrucción TSVD en Datos 80Fibr20LA	60
Figura 52. Error relativo y Correlación media con TSVD	61

Índice de tablas

Tabla 1. Error relativo para el Caso de PacingLento.	62
Tabla 2. Error relativo para el Caso de Datos 2080.	62
Tabla 3. Error relativo para el Caso de Datos Espejo.	62
Tabla 4. Error relativo para el Caso de Datos 80Fibr20LA.	63
Tabla 5. Correlación media para el Caso de Datos PacingLento.	64
Tabla 6. Correlación para el Caso de Datos 2080.	64
Tabla 7. Correlación para el Caso de Datos Espejo.	64
Tabla 8. Correlación media para el Caso de Datos 80Fibr20LA.	64

Abreviaturas

A lo largo de esta memoria se usaran abreviaturas utilizadas en el ámbito científico.

BEM	<i>Block Element Modifier</i>
BSPM	<i>Body Surface Potencial Mapping</i>
CIBC	<i>Center for Integrative Biomedical Computing</i>
ECG	Electrocardiograma
ECV	Enfermedad Cardiovascular
EE	Estudios Electrofisiológicos
FA	Fibrilación Auricular
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FV	Fibrilación Ventricular
PA	Potencial de Acción
SA	Sinoauricular
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
SVD	<i>Singular Value Descomposition</i>
TSVD	<i>Truncated Singular Value Descomposition</i>

Capítulo 1

Introducción

En este primer capítulo se hace una breve introducción al tema a tratar, posteriormente se describirá el contexto y razones que han llevado a la realización del proyecto así como los objetivos marcados. Y para terminar se especificarán los puntos en los que se desglosa esta memoria.

1.1 Motivación y estado del arte

A finales del siglo XIX, surge como especialidad en medicina la cardiografía. Desde los comienzos de la cardiografía ha existido un gran interés por intentar conocer el funcionamiento del corazón y como éste se ve afectado ante diferentes estímulos. Este interés marcó en sus comienzos el mayor descubrimiento que ha sido y es el origen de toda investigación cardiaca: el corazón genera electricidad (descubierto 1856 [1]). A pesar de todos los años que han transcurrido y de los avances producidos, las enfermedades cardiovasculares (ECV) siguen siendo una de las principales causas de fallecimiento [2], y esto es debido a su complejidad tanto en la detección como en su tratamiento.

Comúnmente la forma de manifestación de una enfermedad cardiaca es a través de arritmias. Las arritmias aparecen por trastornos en el ritmo cardiaco de manera que afecta a la capacidad del corazón de bombear sangre y producen alteraciones en la señal eléctrica que recorre el corazón. Estas alteraciones se pueden detectar a través de un electrocardiograma (ECG) en muchas ocasiones.

Sin embargo, en algunos casos las arritmias son más complejas y el ECG no sirve para diagnosticar estas alteraciones. En estos casos es necesario utilizar métodos alternativos durante los estudios electrofisiológicos (EE), también conocidos como métodos invasivos.

Los métodos invasivos presentan varios inconvenientes y limitaciones, por lo que en los últimos años se ha intentado desarrollar las técnicas de cartografía de la actividad eléctrica cardíaca que permiten representar en mapas tridimensionales la actividad eléctrica del corazón. En la aplicación de estas técnicas se centrara el desarrollo de este proyecto.

1.1.1 Arritmias Cardiacas

Las arritmias cardiacas se pueden producir de forma natural en respuesta a necesidades fisiológicas como puede ser al hacer ejercicio físico, o por trastornos en la actividad eléctrica del corazón. Por lo que pueden aparecer en cualquier individuo y no tiene por qué ser necesariamente una patología grave.

No obstante, las ECV son la primera causa de muerte en los países desarrollados. Entre las que destacan las taquicardias¹ por su importancia clínica, social y económica. Las más conocidas son la fibrilación ventricular (FV) y la fibrilación auricular (FA). [3]

La fibrilación surge cuando una de las cámaras del corazón crea múltiples circuitos de entrada provocando que los impulsos se vuelvan caóticos y las contracciones se vuelvan arrítmicas. La FA es la más común, ya que afecta a casi a un tercio de la población mundial [2] A pesar de ser la fibrilación más extendida, no es letal, sino que suele degenerar en enfermedades crónicas, aumentando el riesgo de padecer anginas de pecho o sufrir un ictus. Normalmente el tratamiento de las FA intenta reducir el ritmo de la actividad eléctrica utilizando desde fármacos anti-arrítmicos hasta la implantación de marcapasos. Por otro lado, la FV es mucho más grave debido a que la actividad mecánica del corazón queda paralizada y la muerte sobreviene en 3 o 4 minutos si no se revierte adecuadamente. El único tratamiento que existe para estos casos es aplicar un choque eléctrico de alta energía que elimine la anomalía y devuelva la autonomía al corazón. Como consecuencia de lo complicado que es tratarlo a tiempo suele darse la muerte súbita.

Para el estudio de las arritmias tradicionalmente se han seguido dos líneas de investigación. Por un lado, el ECG convencional [4], siendo este es el principal método usado para el diagnóstico y análisis del comportamiento cardiovascular.

¹ Taquicardia: Ritmo cardíaco rápido o irregular, normalmente de más de 100 latidos por minuto y hasta 400 latidos por minuto.[19]

Por otro lado, encontramos la segunda línea de investigación clásica que consiste en un mapeo cardiaco, con la colocación de electrodos en el interior del corazón y registrando la actividad eléctrica cardiaca.

Este tipo de análisis permiten tener una imagen tridimensional de la actividad eléctrica de manera que se puede investigar cuales son los factores que se alteran y dan lugar a las arritmias.

Hasta hace unos años, el único método para conocer la actividad local en el miocardio era con métodos invasivos en EE. Estos métodos conllevan una serie de inconvenientes:

- **Sociales:** Debido a que este tipo de intervenciones suele durar varias horas desde que se programa la intervención hasta que el paciente se recupera. (Pueden transcurrir más de cuatro horas).
- **Económicos:** Para la realización de estas intervenciones hay que hospitalizar generalmente al paciente. Esto puede suponer un coste de más de 6000 euros [5], lo cual hace que en un gran número de países los pacientes no puedan optar por este método ya que no se lo pueden permitir.
- **Clínicos:** Durante la operación pueden darse distintos problemas, como puede ser una reacción al medio de contraste², dañar los vasos sanguíneos, la producción de coágulos e incluso sufrir un ataque cardiaco.

En la actualidad existe un método no invasivo que permite elaborar mapas de potenciales de la superficie del torso, el “*Body Surface Potencial Mapping*” (BSPM), cuya finalidad es obtener mayor información de la actividad cardíaca que la ofrecida por un ECG convencional, determinando tanto como sea posible la fisiología y el estado clínico del corazón [6]. Con esta tecnología se espera poder dar apoyo al diagnóstico y a la localización de arritmias cardiacas, así como analizar la naturaleza de las arritmias en el ser humano [7], donde no es factible usar métodos invasivos por los riesgos que conllevan.

El BSPM se utiliza sobre todo para el problema inverso en electrocardiografía que se basa en intentar reproducir la actividad cardiaca, conociendo únicamente el potencial registrado en la superficie del torso. Para poder calcular el problema inverso también es

² Ciertos exámenes requieren un colorante especial, llamado medio de contraste, que se introduce en el cuerpo antes de que el examen comience. El medio de contraste ayuda a que ciertas áreas se vean mejor en las radiografías. [19]

necesario tener conocimiento sobre la anatomía del paciente y de algunas propiedades físicas del cuerpo humano.

Los principales inconvenientes que se encuentran en la resolución del problema inverso son el mal condicionamiento y la indeterminación, que implica que cualquier pequeña interferencia en la señal produzca un gran fallo en la reconstrucción además de dar lugar a infinitas soluciones para un mismo caso. Estos inconvenientes hacen que surjan diferentes algoritmos para llegar a la implementación del problema inverso. El hecho de que existan diferentes algoritmos, hace necesario comprobar cuáles funcionan con mayor precisión a la hora de reconstruir la actividad eléctrica en el miocardio y cómo se comportan ante diferentes estímulos para poder reducir el número de posibles soluciones.

Reducir el número de algoritmos y ser capaces de controlar los parámetros que pueden provocar incongruencias en el momento de reconstruir la señal cardíaca, supondría un gran avance en la electrocardiografía. Por este motivo surgió el desarrollo de este proyecto que busca analizar los resultados de los algoritmos más usados.

1.2 Objetivos

El objetivo principal es utilizar un entorno de código abierto con el que resolver el problema inverso, ya que existen soluciones a este problema pero son propiedades pertenecientes a los investigadores, para ello se ha utilizado la herramienta SCIRun³ que implementa el problema directo e inverso en electrocardiografía con los módulos desarrollados en dicha herramienta.

Por otra parte, interesa analizar las prestaciones ofrecidas por el software, tales como la complejidad de uso, comportamiento de los diferentes métodos y la calidad de los resultados. Para conseguir analizar correctamente el funcionamiento de SCIRun se hará una comparativa con el programa Matlab⁴, ya que es uno de los programas más usado en el ámbito de la investigación y permite hacer cálculos muy potentes y visualizar de forma rápida los resultados.

³ <http://www.software.sci.utah.edu/scirun.html>

⁴ Matlab es un entorno de cálculo técnico con altas prestaciones para cálculo numérico y visualización

Por último, se pretende comprobar cómo de eficientes son los métodos disponibles en la herramienta SCIRun para resolver el problema inverso de electrocardiografía ante diferentes anomalías cardíacas, y cómo les afecta la inclusión de ruido a la reconstrucción de la actividad eléctrica en el epicardio.

1.3 Estructura de la Memoria

A lo largo de la memoria se introducirán conceptos básicos sobre electrocardiografía que mejorarán el entendimiento de la misma y harán posible un mejor análisis de los resultados. Además se explicarán los métodos que aplicaremos y el programa usado para la realización de este proyecto, de manera que permita situarse en contexto y sacar el máximo rendimiento de los resultados y las conclusiones.

Por ello, la memoria se organizará con los siguientes apartados:

Capítulo 2 Electrofisiología cardíaca: Se desarrollará una introducción al sistema cardiovascular, viendo cómo está formado y centrándose en la labor del corazón y cómo actúa éste en diferentes situaciones. También se explicará la técnica aplicada para elaborar los esquemas potenciales mediante BSPM.

Capítulo 3 Modelado cardíaco: Se hará una breve explicación sobre lo que se conoce por problema directo y por problema inverso. En éste último explicaremos las características de los tres métodos de regularización que se han utilizado para el desarrollo del proyecto (Tikhonov, Tikhonov SVD y Truncated SVD) así como una breve descripción de la implementación hecha en la herramienta SCIRun.

Capítulo 4 Desarrollo y resultados: Inicialmente se hablará sobre el modelo de esferas así como de los escenarios en los que se ha trabajado. A continuación, se centrará en el estudio de los resultados obtenidos con la herramienta SCIRun, donde se verá como son las reconstrucciones de la actividad eléctrica cardíaca, que problemas se observan y a qué son debidos. Además se comprobará qué métodos se comportan mejor ante los escenarios que simulan las diferentes anomalías cardíacas.

Capítulo 5 Conclusiones: En este capítulo se expondrán las conclusiones tras la observación de los diferentes resultados obtenidos en los distintos escenarios planteados

en el capítulo anterior, y para finalizar este apartado se hará una pequeña valoración de la herramienta SCIRun comparándola con Matlab.

Capítulo 2

Electrofisiología cardíaca

La electrofisiología es la ciencia encargada del estudio de los fenómenos eléctricos tanto en animales como en humanos. La electrofisiología cardíaca es la ciencia que se centra en el estudio de los procesos eléctricos que determinan el comportamiento normal o anormal del corazón.

Durante este capítulo se expondrán las nociones básicas sobre el sistema cardiovascular y de cómo se propaga el impulso eléctrico. Además, se explicara de forma detallada la técnica de BSPM anteriormente menciona en el capítulo anterior.

2.1 Anatomía y fisiología del corazón

El cuerpo humano está compuesto por millones de células que colaboran entre sí para mantener el organismo y la perpetuación de la vida mediante la reproducción. Al tener un organismo pluricelular, éste puede dividir las distintas tareas que realiza y diferenciar las células según sus funciones, llegando a formar tejidos. A su vez, estos tejidos conforman los órganos, y éstos se agrupan constituyendo aparatos y sistemas que integran el individuo.

Uno de los principales sistemas del organismo es el aparato circulatorio. Éste es el encargado de transportar, por medio de la sangre, las sustancias nutritivas y el oxígeno por todo el cuerpo, para que, finalmente, estas sustancias lleguen a las células. El “motor” del sistema circulatorio es el corazón, encargado de impulsar la sangre a través de los vasos sanguíneos, que la canalizan.

El corazón es el órgano principal que actúa en el aparato circulatorio. Se halla situado en la región media del tórax, inmediatamente detrás del cuerpo del esternón, entre los puntos de unión de la segunda a la sexta costilla. Por detrás descansa entre la quinta y la octava vértebra. Su forma recuerda a un puño cerrado y en estado adulto suele pesar

unos 310 gramos en el varón, y 225 gramos en la mujer. El interior del corazón está compuesto esencialmente por tejido muscular (miocardio) y, en menor proporción, por tejido conectivo y fibroso. Además está dividido en cuatro cavidades: dos aurículas en la parte superior y dos ventrículos en la parte inferior. Las dos aurículas y los dos ventrículos están separados entre sí por los tabiques interauriculares e interventriculares respectivamente. Las aurículas se consideran las cavidades receptoras ya que son las encargadas de recibir la sangre procedente de las venas, se comunican con los ventrículos a través de la válvula tricúspide en el lado derecho, y de la válvula mitral en el lado izquierdo. La función de estas válvulas cardíacas es asegurar el flujo unidireccional de la sangre. La Figura 1 muestra una representación del corazón.

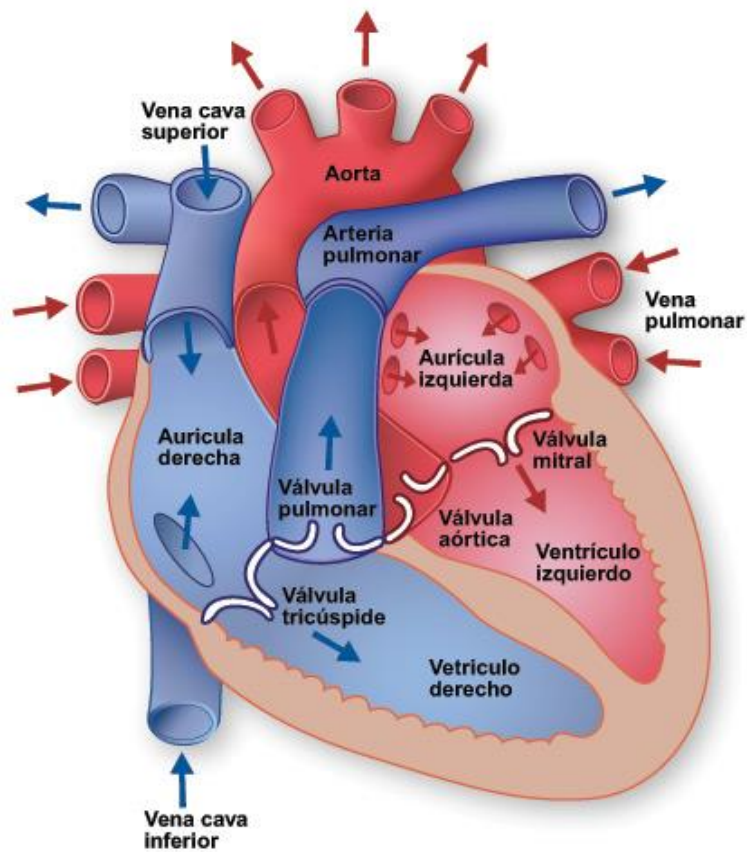


Figura 1. Anatomía del corazón [8].

El corazón presenta cuatro cavidades: dos aurículas y dos ventrículos divididos por los tabiques interauriculares, interventriculares y las válvulas auriculoventriculares. Verticalmente, determinan a dos corazones: uno el derecho (con sangre Hipooxigenada) y otro izquierdo (con sangre oxigenada).

2.2 Anatomía y fisiología del músculo cardiaco

La pared cardiaca está formada por tres tipos de tejido muscular: esquelético, liso y cardiaco, siendo éste último el predominante. El músculo cardiaco o miocardio está revestido internamente por el endocardio, que recubre las cavidades del corazón; y externamente por el epicardio. Todo el corazón y parte de los vasos sanguíneos están protegidos frente a la fricción por una envoltura, el pericardio.

En el pericardio se distinguen dos capas, una fibrosa y otra serosa. La parte fibrosa es la membrana que recubre el corazón y tiene forma de saco. En la parte interna de la membrana se encuentra la capa serosa que a su vez consta de dos hojas: la hoja parietal, que es la que reviste interiormente el pericardio fibroso, y la hoja visceral o epicardio, que se adhiere a la cara externa del corazón. Entre ambas hojas parietal y visceral se encuentra el líquido pericardio permitiendo el movimiento del corazón al lubricar la cavidad. En la Figura 2 se aprecia un esquema de las capas que conforman el músculo cardiaco.

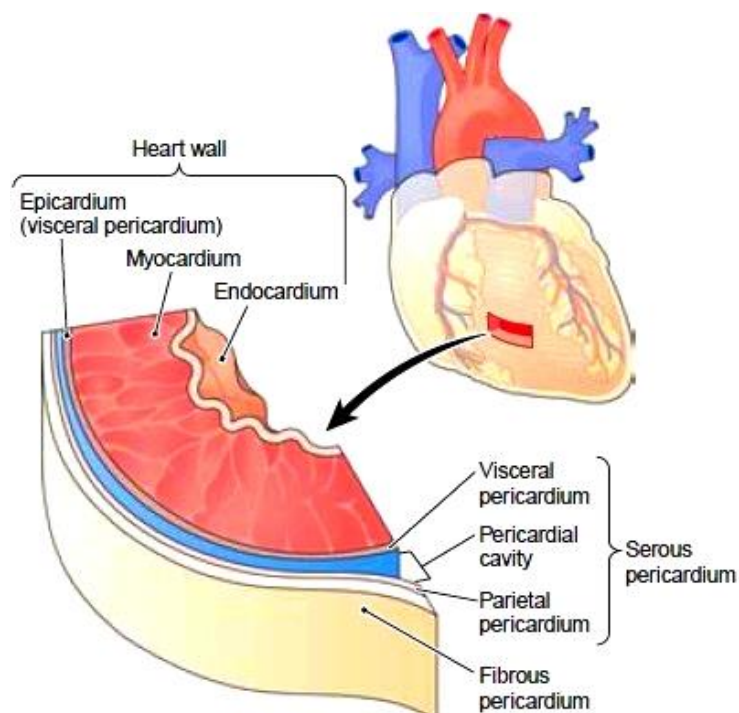


Figura 2. Capas del músculo Cardiaco [9].

En esta imagen se puede ver los diferentes tejidos que conforman el músculo cardiaco.

En el miocardio hay tres tipos de músculo cardíaco: músculo auricular, músculo ventricular y las fibras musculares excitadoras y de conducción. Las fibras musculares y ventriculares se contraen como respuesta a estímulos de naturaleza eléctrica, mientras que las fibras excitadoras se caracterizan por sus propiedades rítmicas proporcionando una rápida propagación de la señal por todo el tejido muscular.

Las células musculares cardíacas (miocitos) forman fibras musculares alargadas, las cuales, a su vez, se unen lateralmente en forma de paquetes cilíndricos llamados fascículos, cuya agrupación da lugar al músculo cardíaco. Los miocitos son las células más energéticas del organismo, su contracción es independiente de la estimulación nerviosa ya que son capaces de seguir espontáneamente una despolarización y repolarización rítmica de su membrana. Los miocitos que componen una fibra muscular están conectados en serie entre sí, de tal manera que se favorece la propagación del impulso eléctrico en la dirección del eje de la fibra muscular, alcanzando todas las células del sistema cardíaco. A este agrupamiento se le conoce como sincitio.

Hay dos tipos de sincitios, el auricular y el ventricular. Éstos se separan por un tejido fibroso que los aísla eléctricamente, lo que permite que las aurículas se contraigan un poco antes que los ventrículos, consiguiendo que la sangre llegue a todos los órganos del cuerpo de una forma más eficiente.

2.3 El ciclo cardíaco

Se conoce como ciclo cardíaco al conjunto de movimientos que efectúa el corazón en cada latido. La finalidad del ciclo cardíaco es producir una serie de cambios de presión para hacer que la sangre circule. Este ciclo se divide en tres fases principales:

Periodo de relajación.

Se conoce como periodo inactivo o de relajación, cuando los ventrículos empiezan a relajarse al final de una contracción, haciendo que las cuatro cámaras del corazón estén en diástole. Esta etapa de relajación se inicia con la repolarización de las fibras musculares ventriculares.

Cuando comienza la relajación de los ventrículos, la presión entre las aurículas y los ventrículos disminuyen haciendo que la sangre entre en ellos. Sin embargo, a medida

que la sangre se acumula en las válvulas semilunares⁵ éstas se cierran. En ese instante hay un intervalo donde se mantiene constante el volumen ventricular de sangre debido a que las válvulas semilunares y auriculoventriculares se encuentran cerradas. Este intervalo recibe el nombre de relajación isovolumétrica.

Llenado ventricular

Cuando la presión ventricular es menor a la presión auricular, se inicia el llenado ventricular. La sangre que se había acumulado en las aurículas pasa al interior de los ventrículos y la actividad del nódulo sinoauricular origina la despolarización auricular haciendo que llegue el final del periodo inactivo. Una vez transcurrido dos tercios del llenado ventricular tiene lugar la sístole auricular (contracción de las aurículas).

Sístole ventricular

Al final de la sístole auricular, el impulso procedente del nódulo sinoauricular a través del nódulo auriculoventricular provoca la despolarización de estos dos; iniciando la sístole o contracción ventricular. Esto hace que la sangre se impulse hacia arriba contra las válvulas auriculoventriculares, consiguiendo su cierre. A este periodo de cierre se le llama contracción isovolumétrica, en él se produce la contracción de las fibras musculares cardíacas haciendo que la presión en el interior de las cámaras aumente rápidamente. Cuando la presión en el ventrículo izquierdo es mayor que la presión aórtica y la presión en el ventrículo derecho está por encima de la presión en la arteria pulmonar, las dos válvulas semilunares se abren y empieza la inyección de sangre del corazón hasta que los ventrículos comienzan otra vez a relajarse.

A continuación se muestra en la Figura 3 un breve resumen de los pasos seguidos por el corazón para completar el ciclo cardíaco.

⁵ Las válvulas semilunares son la válvula pulmonar y la válvula aórtica.

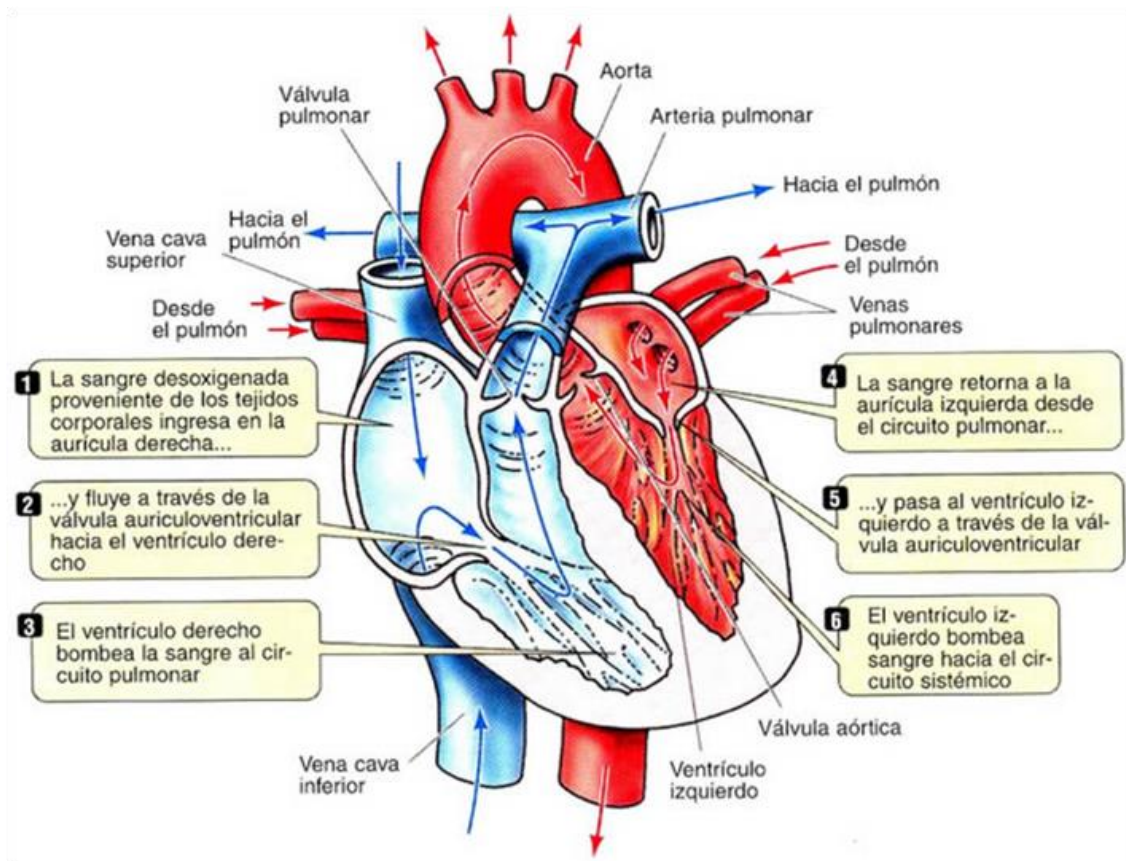


Figura 3. Ciclo Cardíaco. [10]

Breve explicación de las etapas del ciclo cardíaco.

2.4 Potencial de acción

Los miocitos cardíacos son células que se excitan en respuesta a un estímulo generando un potencial de acción (PA) que se asocia a una respuesta contráctil. Un PA es un cambio reversible en el potencial de membrana que es producido por la activación secuencial de distintas corrientes iónicas que se generan por la difusión de iones a través de la membrana a favor de su gradiente electroquímico⁶. Durante la despolarización el interior de la célula pasa de estar cargado negativamente a estarlo positivamente para luego volver a repolarizarse negativamente hasta su estado inicial.

Existen cinco fases para la polarización y despolarización de la célula tal y como se ve en la Figura 4:

⁶ El gradiente electroquímico indica la dirección en la que cambia más rápidamente la concentración y el potencial eléctrico de una solución no homogénea.

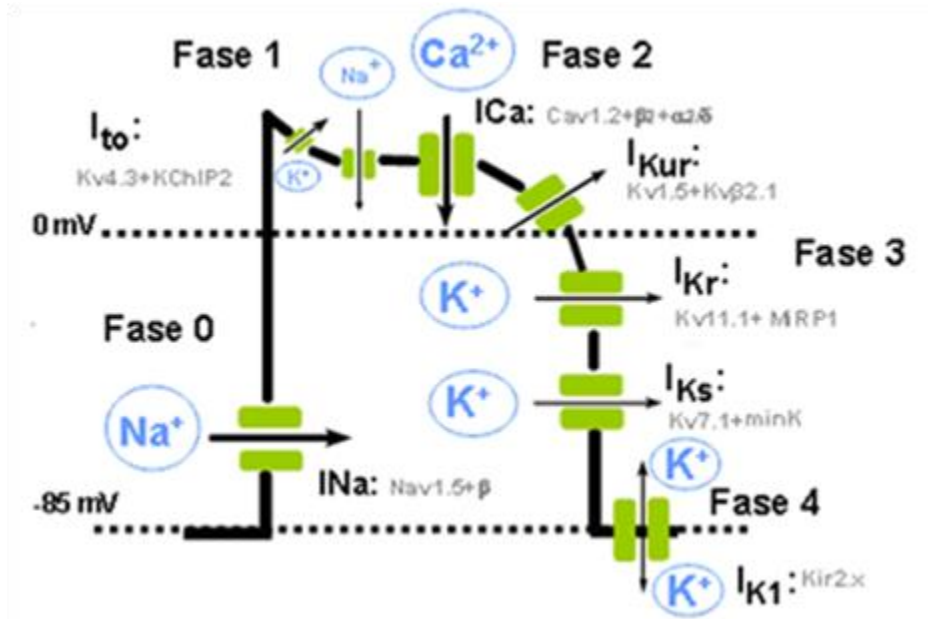


Figura 4. Fases del Potencial de acción. [20]

Representación esquemática de las distintas fases de un PA ventricular y las diversas corrientes iónicas de entrada y salida, así como las subunidades α y las subunidades reguladoras que forman los diversos canales.

- La fase 0 o fase de rápida despolarización del PA es consecuencia de una entrada masiva de iones Na^+ que genera una corriente rápida de Na^+ (I_{Na}). Esto ocurre en los canales de Na^+ voltaje-dependientes que se activan durante 1 o 2 milisegundos con la despolarización pasando luego a estar inactivos.
- La fase 1 o de rápida repolarización es causa de la activación de la corriente transitoria (I_{to}). Esta corriente K^+ de rápida activación e inactivación no se presenta en todas las células cardíacas; solo en aquellos tejidos en los que están presentes generan un PA con una fase 1 muy marcada (por ejemplo en el His-Purkinje y el epicardio ventricular).
- La fase 2 o de meseta es un equilibrio entre dos corrientes de entrada y tres corrientes rectificadoras tardías (I_{K^+}). Las dos corrientes de entrada, una de Na^+ que entra a través de una fracción de canales que no se han inactivado completamente en la fase 0, y otra de Ca^{2+} que genera la corriente de calcio (I_{Ca}) a través de canales tipo-L, son contrarrestadas por las tres corrientes rectificadoras tardías de iones de K^+ .

- En la fase 3, la repolarización se acelera a causa de la inactivación de las corrientes de entrada (I_{Na^+} y $I_{Ca^{2+}}$), por lo que se obtiene un predominio de las corrientes repolarizantes de K^+ .
- Por último en la fase 4, una vez repolarizada la célula, el potencial de la membrana es estable hasta que la célula es despolarizada de nuevo. A esta fase entre dos PAs se corresponde diástole del ciclo cardiaco. [20]

Los potenciales de acción cardiacos tienen grandes diferencias morfológicas que dependen del tejido cardiaco analizado (aurícula o ventrículo) o incluso de las diferencias dentro de un mismo tejido (endocardio vs epicardio, músculo ventricular vs células de Purkinje).

2.5 Electrocardiograma

El ECG es el método más ampliamente utilizado para medir la actividad eléctrica del corazón y se ha convertido en una herramienta estándar de la medicina clínica moderna. Es una prueba que registra la actividad eléctrica del corazón que se produce en cada latido mediante la colocación de electrodos en la superficie corporal del paciente [10]. El electrocardiógrafo es el aparato usado para obtener la electrocardiografía donde muestra una gráfica o trazado de las diferentes ondas e intervalos que representan los estímulos eléctricos de las aurículas y los ventrículos. Estas ondas e intervalos se corresponden con las fases del potencial de acción y se dividen en:

- **Onda P:** Es la primera señal visible en el ECG en condiciones normales y corresponde con la llegada del potencial de acción a las aurículas.
- **Intervalo PR:** Es el periodo de inactividad eléctrica correspondiente al retraso que sufre el estímulo en el nodo auriculoventricular.
- **Complejo QRS:** Es la marca más característica de la señal electrocardiográfica y representa la llegada de la señal de activación a ambos ventrículos.

- **Segmento ST:** Es el intervalo que comprende desde el final del complejo QRS hasta el inicio de la onda T.
- **Onda T:** Corresponde a la repolarización ventricular, aparece al final del segmento ST.
- **Intervalo QT:** Comprende desde el inicio del complejo QRS hasta el final de la onda T y representa la despolarización y repolarización ventricular. [22]

En la Figura 5 se aprecia de forma detallada cómo se va formando el ECG a partir de las diferentes fases del potencial de acción y en qué partes se divide el ECG para poder analizarlo de manera que si hubiese alguna anomalía se detectara.

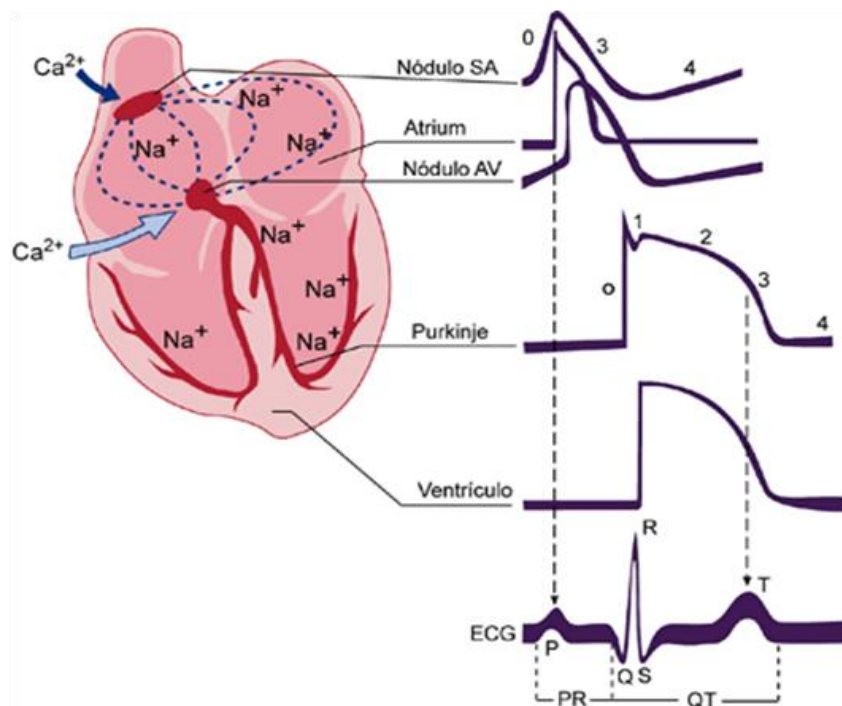


Figura 5. Registro del potencial de acción.

Representación esquemática de los potenciales de acción registrados en diversos tejidos cardíacos según la secuencia de activación y su correlación con el electrocardiograma de superficie.

El electrocardiograma se puede medir con diferentes métodos de registro, dando lugar a distintas derivaciones. Estas derivaciones representan la diferencia de potenciales entre dos puntos, ya sea entre dos electrodos (derivación bipolar) o entre un punto virtual y un electrodo (derivación monopolar).

Las derivaciones cardiacas han de analizarse en conjunto de todo el electrocardiograma, puesto que cada derivación es un punto de vista distinto del mismo estímulo eléctrico. Dependiendo del plano eléctrico del corazón que se registre podemos diferenciar entre las derivaciones de las extremidades (plano frontal) y las derivaciones precordiales (plano horizontal).

En la práctica clínica se utilizan 12 derivaciones estándar; unión de tres derivaciones bipolares estándar, tres derivaciones monopoles aumentadas y seis derivaciones precordiales.

Las *derivaciones bipolares* estándar son las clásicas descritas por Einthoven (padre de la electrocardiografía). Registran la diferencia de potencial entre dos electrodos ubicados en extremidades diferentes. Por otro lado, las *derivaciones monopoles aumentadas* de las extremidades registran las variaciones eléctricas de potencial en un punto (brazo derecho, brazo izquierdo o pierna izquierda) respecto a otro punto en que la actividad eléctrica durante la contracción cardiaca no varía significativamente.

A continuación en la Figura 6 y en la Figura 7 se identifican de forma clara las tres derivaciones estándar y las tres derivaciones aumentadas respectivamente.

Las derivaciones estándar son:

- **D_I**: Diferencia de potencial entre brazo derecho y brazo izquierdo.
- **D_{II}**: Diferencia de potencial entre brazo derecho y pierna izquierda.
- **D_{III}**: Diferencia de potencial entre brazo izquierdo y pierna izquierda.

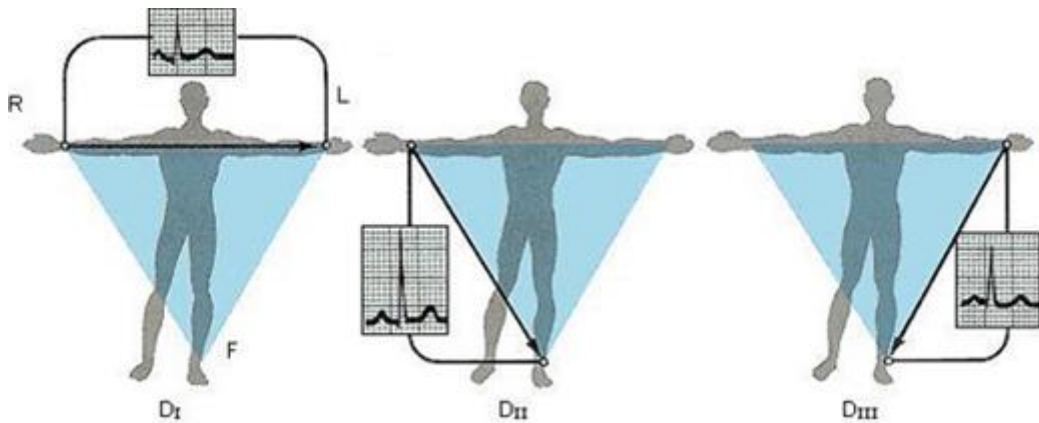


Figura 6. Derivaciones estándar.

En esta figura se representa como se han colocado los electrodos para calcular cada una de las derivadas estándar. La colocación de los electrodos tiene que seguir la dirección de las flechas, el origen de vector siempre indica el electrodo positivo y la punta del vector indica el electrodo negativo.

Las derivaciones aumentadas son:

- **Derivación aVR:** Inscribe los potenciales eléctricos del brazo derecho respecto a un punto nulo, que se hace uniendo los cables del brazo izquierdo y de la pierna izquierda.
- **Derivación aVL:** Registra los potenciales del brazo izquierdo en relación a una conexión hecha mediante la unión de los cables del brazo derecho y del pie izquierdo.
- **Derivación aVF:** Revela los potenciales que hay en el pie izquierdo respecto a la conexión hecha con la unión de los cables de los brazos derecho e izquierdo

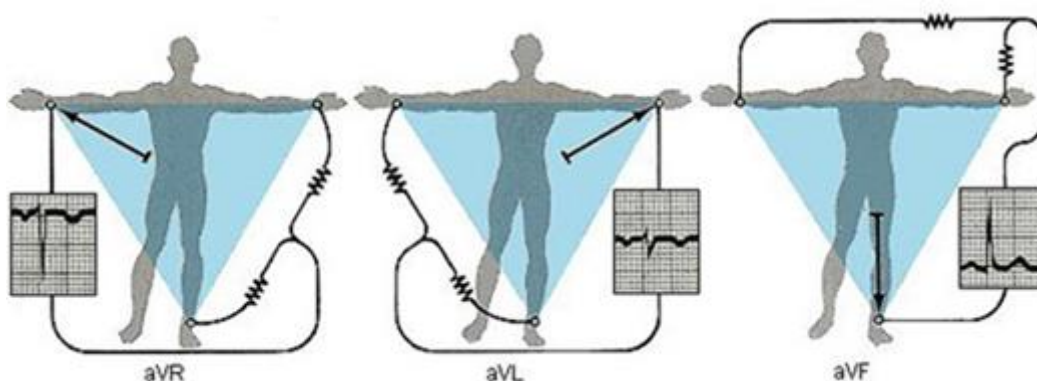


Figura 7. Derivaciones aumentadas.

En esta figura vemos como se calcula las tres derivadas aumentadas. En este caso para cada derivación el electrodo positivo se colocara en el brazo derecho, brazo izquierdo y pierna izquierda respectivamente.

Por último, están las derivaciones precordiales, que son también unipolares donde se registran los potenciales en seis puntos específicos del hemitórax. La referencia eléctrica en esta configuración es el Centro Terminal de Wilson, obtenido a partir de la media de los potenciales de los tres puntos de las extremidades [6]. Son las mejores derivaciones para precisar alteraciones del ventrículo izquierdo, sobre todo de las paredes anterior y posterior como se muestra en la Figura 8.

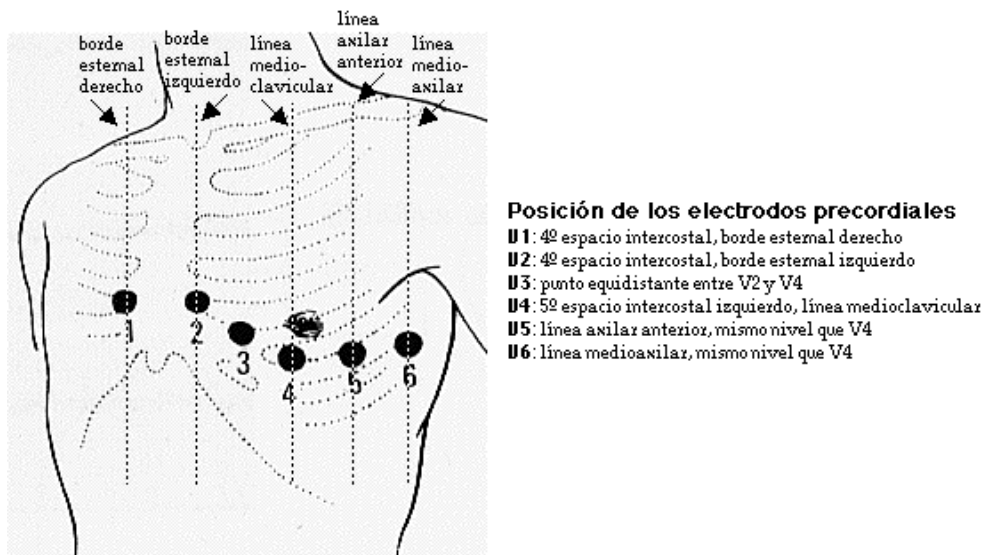


Figura 8. Precordiales y sus respectivos Electrodo Derivados. [12]

Representación de la colocación de los electrodos para calcular el potencial absoluto en los seis puntos específicos del hemitórax.

Durante años se ha creído que las doce derivaciones estándar recogían toda la información posible de la superficie corporal y que un número mayor de registros solo aportarían redundancia. No obstante, estudios posteriores han demostrado que estas doce derivaciones en ocasiones pueden ser insuficientes para detectar ciertas anomalías [12].

2.5.1 BSPM

La técnica BSPM ha demostrado que se posee una mejor detección de las enfermedades del corazón gracias a la elaboración de mapas de potenciales de la superficie del torso, de manera que se obtiene mayor información que con el electrocardiograma tradicional. Esto es posible gracias a que se usa un mayor número de electrodos (comúnmente entre 32 y 256) situados en distintos puntos del torso como muestra la Figura 9. No existe

ningún estándar para esta técnica que especifique el número o la localización de los electrodos, lo que hace que cada grupo de investigación cree su propia configuración.

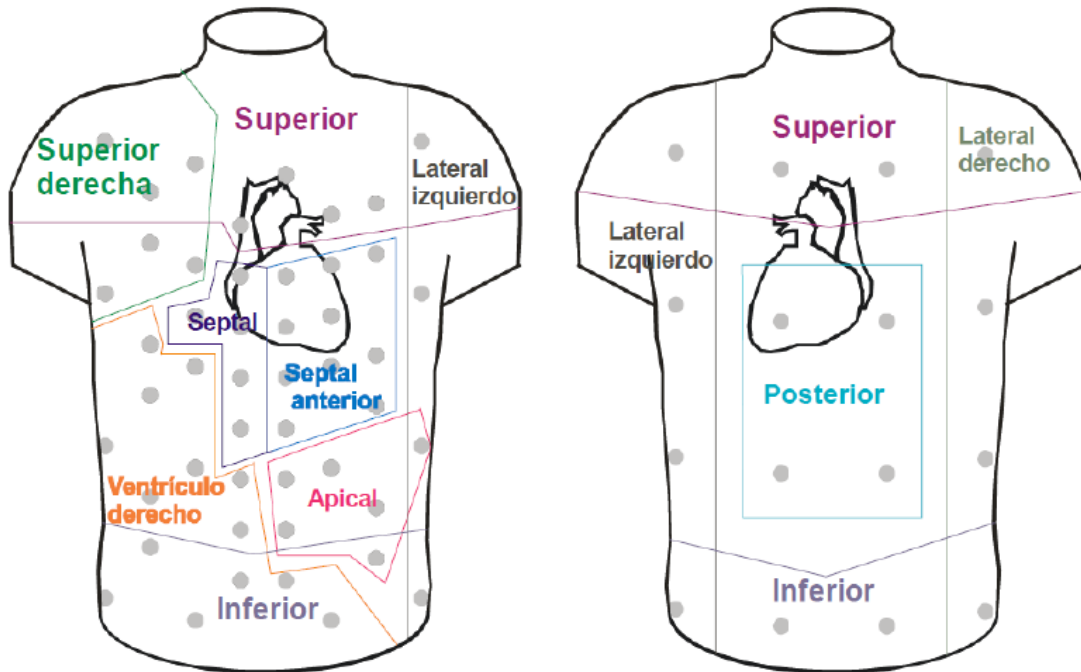


Figura 9. Esquema de la colocación de los nodos del BSPM

En cambio, todos estos estudios tienen en común es que la colocación de los electrodos es mayor en la parte anterior del torso que en la posterior, ya que la variación del potencial es significativamente mayor en la parte frontal.

Otra de las ventajas que presenta esta técnica es la posibilidad de crear vídeos con la variación de potencial eléctrico, teniendo información espacial y temporal que indican en qué lugar del miocardio se está generando dicho fenómeno.

A pesar de que se ha demostrado que aumenta la probabilidad de éxito en el diagnóstico de patologías cardiacas, el BSPM no se suele usar en la práctica clínica debido a la alta densidad de electrodos que se necesitan. Otra de las razones por la que está técnica crea recelos a la hora de usarse es debida a que muchos autores defienden que las señales registradas en BSPM tienen redundancia y que no aporta mayor información usar 64 electrodos que 32. Sin embargo, a la hora de diagnosticar una patología es muy importante la colocación y la configuración de los electrodos.

2.6 Trastornos Cardiacos

Los trastornos del ritmo cardíaco son muy frecuentes. Algunas veces, el corazón late demasiado rápido y otras demasiado lento, esto no implica que sea por causa de alguna enfermedad. Sin embargo, si sucede con frecuencia o durante un largo período de tiempo, podemos encontrarnos ante un problema cardíaco. A modo de esquema y sin entrar en el complejo mundo del diagnóstico de patologías cardíacas basadas en registros ECG, distinguimos entre dos grandes tipos de patologías: Arritmias y Patologías morfológicas.

2.6.1 Tipos de arritmias

Las arritmias se representan como faltas de ritmo en el registro ECG, correspondientes a comportamientos anómalos de la actividad eléctrica cardíaca, que se presentan de manera continua o esporádica, y que pueden aparecer con el paciente en estado normal o sometido a alguna “situación” estresante (como por ejemplo en el transcurso de una operación) [11]. Las arritmias más conocidas son:

- **Taquicardia sinusal.** El aumento de la frecuencia cardíaca conocida como taquicardia sinusal se produce normalmente cuando el haz de nervios denominado nodo sinoauricular (SA) hace que el corazón lata más rápido. También puede ser provocada por un foco de células que se despolarizan automáticamente por su cuenta, transmitiendo el impulso al resto. En la Figura 10 se muestra un ejemplo de este último tipo.

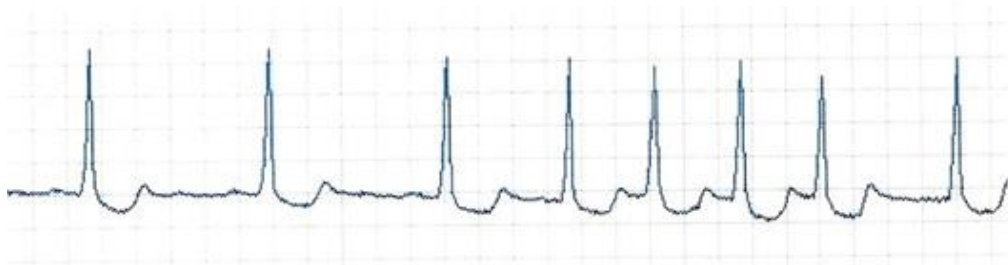


Figura 10. Ejemplo de señal de taquicardia sinusal.

- **Bradicardia sinusal.** Ocurre cuando el marcapasos natural del corazón no envía una señal ordenándole a éste que palpite con suficiente frecuencia provocando que no llegue suficiente riego sanguíneo al cerebro.

- **Bloqueo auriculoventricular.** Se produce cuando hay un retraso anormalmente largo en el nódulo auriculoventricular. La aurícula late pero el impulso no llega a los ventrículos. En el ECG aparece la onda P pero no viene seguida del complejo QRS, como es costumbre en el electrocardiograma, de modo que no hay contracción de los ventrículos aunque estos terminan por despolarizarse de forma autónoma a un ritmo muy lento. En la Figura 11 se muestra un ejemplo de este tipo de patología.

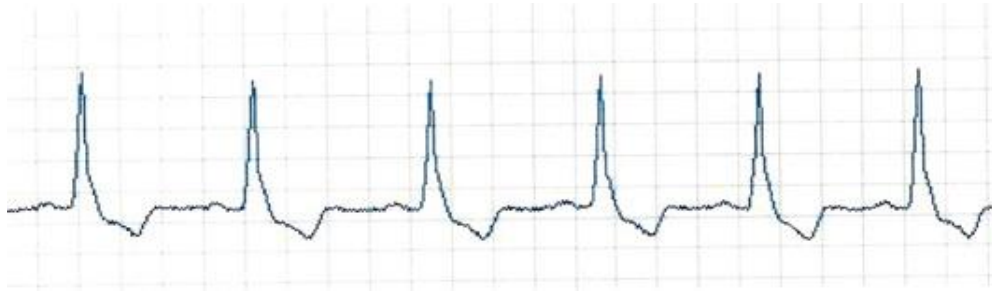


Figura 11. Ejemplo de señal de bloqueo auriculoventricular.

- **Extrasístole o latido ectópico.** Se debe generalmente a una contracción prematura de los ventrículos que describe un complejo QRS morfológicamente anómalo en el registro electrocardiográfico. Es importante su detección ya que en muchos casos es el aviso de que va a producirse una fibrilación ventricular. En la Figura 12 se observa un registro ECG con extrasístole.



Figura 12 Ejemplo de señal de latido ectópico.

- **Fibrilación ventricular.** Se produce cuando hay varios latidos ectópicos simultáneamente y desincronizados haciendo que los ventrículos no consigan realizar de forma correcta la contracción sino que presenta un temblor continuo (fibrilación). Es muy peligrosa ya que el corazón pierde toda su funcionalidad como bomba sanguínea y además precede normalmente a una parada cardíaca. En la se muestra como sería un ECG para la fibrilación.

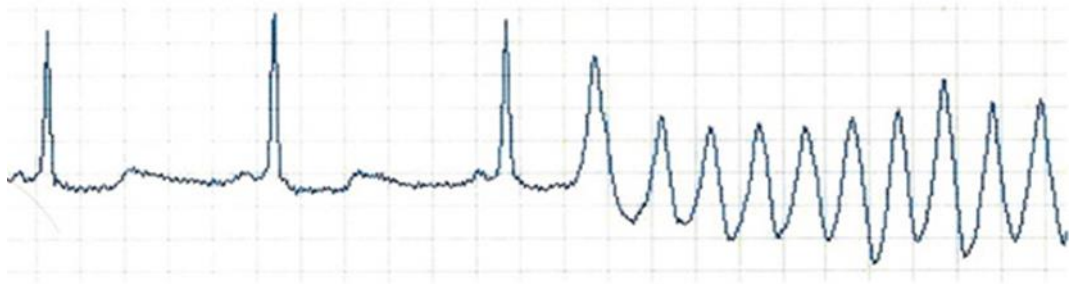


Figura 13. Ejemplo de fibrilación ventricular.

- **Infarto.** Cuando el músculo cardíaco se queda sin suficiente aporte sanguíneo las células empiezan a perder sus características eléctricas, dando lugar a un registro ST elevado. Además según las células se van muriendo la onda R desaparece de manera que solo se quedan las ondas Q produciendo que las ondas T se ensanchen e inviertan.

2.6.2 Patologías morfológicas cardíacas

Para detectar las patologías morfológicas actualmente se utiliza las técnicas de imagen médica, particularmente la ecocardiografía. Sin embargo, analizando la forma de los registros del ECG puede informar de malformaciones en el corazón.

Algunos ejemplos de estas patologías pueden ser:

- **Patologías asociadas al entrono cardíaco.** Son alteraciones en el ECG debidas no al corazón, sino al volumen conductor que lo rodea, como el caso de la pericarditis. En este caso la superficie externa del corazón se inflama produciendo una elevación en el segmento ST. [11]
- **Agrandamiento auricular.** En el ECG de un corazón con funcionamiento normal, las ondas P son pequeñas. Si existe sobrecarga o hipertrofia de la aurícula derecha, esta onda se hace menor pero permanece estrecha. Por el contrario, si la aurícula izquierda está agrandada, la onda P se ensancha.[11]
- **Hipertrofia ventricular.** Se incrementa la masa muscular de los ventrículos. En el registro ECG el complejo QRS se hace mayor en amplitud y duración.[11]

Capítulo 3

Modelado cardiaco

Debido a la complejidad de los datos y del modelado en las imágenes electrocardiográficas, se requieren métodos de análisis más sofisticados que las técnicas utilizadas generalmente en el ECG clínico.

En las últimas décadas las investigaciones se han centrado en el estudio que relaciona la actividad eléctrica generada en el miocardio y los potenciales medidos en la superficie del torso intentando conseguir una mejor comprensión cualitativa y cuantitativa de la actividad en el corazón. Para establecer esta relación se han desarrollado dos aproximaciones dependiendo de las incógnitas a calcular, conocidas como problema directo y problema inverso.

A lo largo de este capítulo se ha desarrollado estas dos aproximaciones centrándose sobre todo en el problema inverso, donde se han introducido las tres regularizaciones (Tikhonov, Tikhonov SVD, Truncated SVD) utilizadas para la realización de este proyecto. Pero para poder conocer el entorno en el que se ha desarrollado este proyecto se ha hablado previamente de la herramienta SCIRun, la cual se ha usado para implementar el problema directo e inverso.

3.1 SCIRun

La herramienta SCIRun es un software de código abierto, modular y extensible. Ya que utiliza las nuevas prácticas de código abierto en Ingeniería de software de manera que se intenta maximizar la portabilidad, extensibilidad y fiabilidad del software. La principal característica que presenta este programa es que tiene una instalación integrada con Matlab para que el procesamiento se pueda realizar de manera conjunta con ambos programas, ya que se pueden importar y exportar datos desde SCIRun a Matlab y viceversa.

La herramienta SCIRun ha sido desarrollada por el “*Center for Integrative Biomedical Computing*” (CIBC) de la universidad de Utah. Este programa implementa un entorno de programación visual donde se permite manejar y depurar gran cantidad de datos, que hace posible crear simulaciones de una forma interactiva a través de un entorno gráfico. Esto es posible gracias a que el usuario puede diseñar y modificar los parámetros de simulación así como las condiciones de contorno.

En SCIRun es posible combinar módulos a través de conexiones (“tubos” de datos) formando redes funcionales para realizar cálculos de una mayor complejidad, de manera que se puede obtener una mayor abstracción global en el propio entorno y así visualizar toda la información de forma más intuitiva y eficiente.

Muchos usuarios han encontrado en SCIRun un software especialmente útil para su uso en el campo de la investigación bioeléctrica, ya que se pueden modificar los cálculos y manipular la visualización durante el procesamiento, en lugar de tener que esperar al final para interpretar los resultados.

Entre los temas de investigación desarrollados con la herramienta SCIRun se encuentran simulaciones electrocardíacas de tipo ECG hacia delante y cálculos inversos que son las regularizaciones conocidas como problema directo y problema inverso en electrocardiografía. Además a la hora de implementar estas regularizaciones permite a los usuarios interactuar con el ECGSim, un conocido conjunto de paquetes software que permite resolver múltiples problemas del ECG con un gran control interactivo sobre los modelos de origen.

Debido a que es un software que interactúa con otros programas bastante extendidos en el ámbito de la investigación del problema directo e inverso en electrocardiografía, y que se han implementado módulos específicos para resolver estos problemas, se ha elegido esta herramienta para la elaboración de este proyecto.

3.2 Problema directo en electrocardiografía

El problema directo en electrocardiografía consiste en construir un modelo realista que relacione los potenciales en la superficie del corazón con los registrados en la superficie del torso, dando una descripción de las fuentes electrocardíacas así como de la

geometría y la conductividad en éste. Para resolver el problema directo se necesita un modelo geométrico que incluya ambas superficies y el volumen intermedio, junto con la conductividad eléctrica en el interior del corazón. Además, el problema hacia delante se resuelve sólo una vez en todos los instantes de tiempo, suponiendo que la geometría es estática en el tiempo.

La actividad eléctrica del corazón puede representarse de diversas maneras, como puede ser la representación dipolar o los potenciales epicárdicos. Precisamente estos últimos son los datos de los que partimos para la implementación del problema directo en la herramienta SCIRun.

3.2.1 Matemática del problema directo

El problema directo está basado en el modelo de fuente de activación donde las incógnitas son la superficie de activación, es decir, el potencial en el torso. Este modelo se puede representar como una función de la posición de los tiempos de activación en la superficie del corazón designado como x y de la matriz de transferencia A la cual relaciona los potenciales en el epicardio con los potenciales en la superficie del torso. Para ello se suele usar los métodos numéricos FEM (Método de Elementos Finitos) o BEM (Método de los Elementos de Frontera) que incluyen la geometría del modelo utilizado. La diferencia entre estos métodos es que el método FEM discretiza en volumen, es decir, la geometría se describe como una malla de pequeños elementos en tres dimensiones con sus propios parámetros de conductividad. Mientras que el método BEM discretiza en superficie, con la geometría representada como una colección de superficies que separan las diferentes regiones volumétricas según las diferentes conductividades, haciendo que estas superficies se discreticen en una malla. De manera que se consigue tanto con el método FEM como con el BEM una colección de puntos denominados nodos que definen el volumen y la superficie respectivamente.

La ecuación que representa el problema directo se puede expresar como:

$$y = Ax \quad (1)$$

La variable y es un vector unidimensional de tamaño m que representa los potenciales en el torso para un instante, la variable x es otro vector de tamaño n que representa el potencial en el epicardio para un instante, mientras que la variable A es la matriz de transferencia de dimensiones $m \times n$. En caso de trabajar con múltiples instantes de

tiempo las variables x e y pasarían de ser vectores a ser matrices de tamaño $n \times t$ y $m \times t$ respectivamente, donde t indica cada uno de los instantes de tiempo.

En el ámbito de la electrocardiografía el tamaño de m tiende a ser mayor que n ya que en el torso tenemos una mayor cantidad de registros que número de nodos en el epicardio. La situación opuesta daría lugar a un sistema muy indeterminado de ecuaciones. Por lo tanto desde un punto de vista algebraico en la resolución del problema directo se obtienen m muestras no correlacionadas que generan m ecuaciones linealmente independientes. Sin embargo, la proximidad de las muestras y el hecho de que están registrando una fuente eléctrica común hace que exista una correlación y similitud en las señales registradas en los electrodos. Pero debido a que no vamos a reproducir con exactitud la actividad eléctrica en todo el torso, estos registros se mantienen lo suficientemente incorrelados como para obtener una solución única. La inclusión de más muestras normalmente produciría mejores resultados, pero debido a que la superficie es limitada, estos registros estarían cada vez más cercanos y por lo tanto más correlados y cada nueva muestra añadirían menor información.

3.2.2 Implementación del problema Directo en SCIRun

Para la implementación del problema directo en SCIRun se ha usado el método numérico BEM basado en nodos que describen la superficie, ya que se ha elegido un modelo de esferas concéntricas en las que la información geométrica dada son los puntos de unión de los triángulos que forman la superficie. Este modelo se ha podido cargar en la propia herramienta de SCIRun con los datos aportados por la Universidad Politécnica de Valencia.

Así el resultado final se representara como dos esferas concéntricas formadas por triángulos que representan el torso (esfera exterior) y el corazón (esfera interior) como se puede ver en la Figura 16.

Para implementar el problema directo hay que usar un módulo que permita realizar la multiplicación vectorial como se describe la formula (1). El módulo que permite hacer esta operación es el “*EvaluateLinAlgBinary*”:

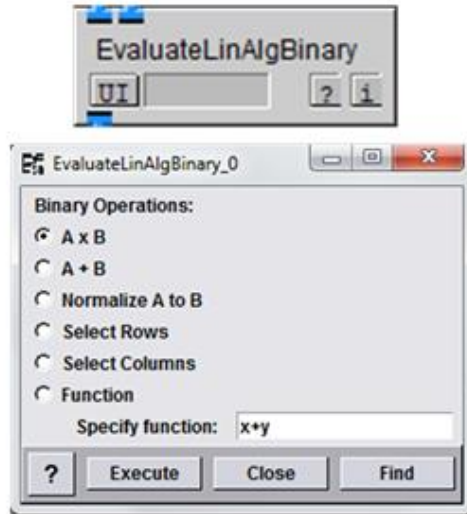


Figura 14. Módulo EvaluateLinAlgBinary

Como se observa este módulo presenta dos entradas y una salida. En las entradas hay que introducir la matriz de transferencia y la matriz con los potenciales medidos en el epicardio para todos los instantes de tiempo dando a la salida del módulo la matriz resultante de la multiplicación vectorial. Como se ha dicho anteriormente se calcula una única vez para todos los instantes ya que la geometría es estática en el tiempo.

El resultado dado es una matriz, pero en SCIRun no se puede representar directamente una matriz, sino que hay que representarlo instante a instante, por lo que la salida de este módulo habrá que conectarlo con otro módulo que permite seleccionar instante a instante este módulo es “GetColumnOrRowFromMatrix”.

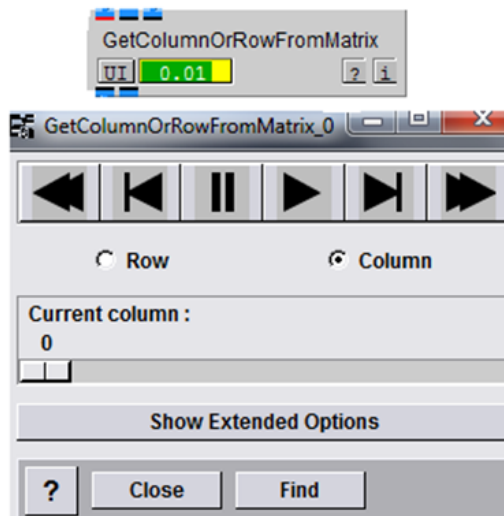


Figura 15. Módulo GetColumnOrRowFromMatrix

Para este caso interesa seleccionar las columnas ya que representan los distintos instantes de tiempo, y se quiere representar la evolución del potencial en el torso para distintos instantes de tiempo. Para variar estos instantes habría que pulsar el botón “Play” o si queremos seleccionar un instante en concreto mover la barra “Current column” hasta el instante que nos interese sin tocar ningún otro botón.

En el Anexo I se encuentra el esquema utilizado para la implementación del problema directo además de los módulos necesarios para poder visualizar el modelo de esferas concéntricas en que se representa tanto el potencial medido en el epicardio como el potencial en el torso calculado. En la Figura 16 se muestra el resultado para un instante determinado.

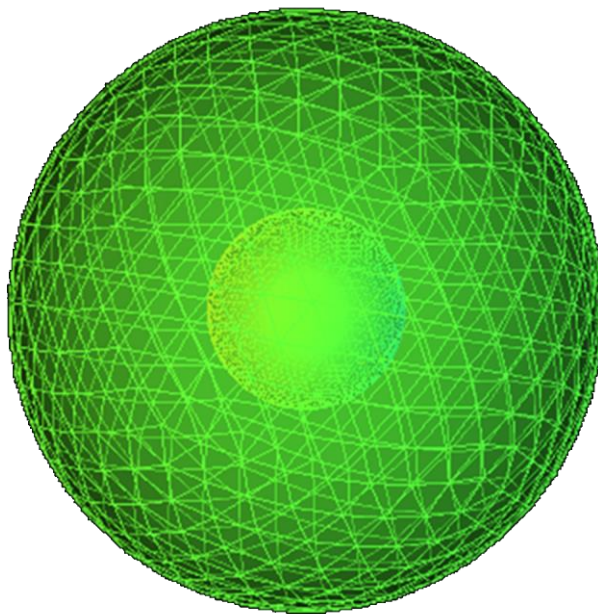


Figura 16. Representación modelo de esferas en SCIRun.

En esta figura se representa el resultado del problema directo con el modelo de esferas. La esfera interior y más pequeña representa el potencial medido en el corazón mientras que la esfera exterior representa el potencial en el torso calculado.

3.3 Problema Inverso en electrocardiografía

El objetivo más importante en electrocardiografía es conseguir la máxima información acerca de la actividad eléctrica cardíaca que se pueda extraer a partir de mediciones sobre la superficie del cuerpo, de manera que no haya que usar métodos invasivos.

Para conseguir este objetivo se utiliza la regularización conocida como problema inverso, que trata de reconstruir la actividad del epicardio a partir de muestras registradas en el torso. No obstante, existe la problemática de una pérdida significativa de esta información debido a la atenuación y distorsión sufrida por la propagación de la señal eléctrica a través de los tejidos y órganos del cuerpo. Estas pérdidas no se pueden recuperar mediante el procesamiento de los potenciales medidos en la superficie del torso, por lo que se presenta como un problema inestable y con múltiples soluciones al que hay que imponerle ciertas restricciones para poder conseguir un resultado aceptable.

Para afrontar este problema existen diferentes métodos entre los que destaca la regularización de Tikhonov, el cual es el método más extendido y el que se ha utilizado para el desarrollo de este proyecto, junto con Tikhonov SVD (*Singular Value Decomposition*) y el Truncated SVD.

3.3.1 Matemática del problema inverso

El problema inverso trata de reconstruir el potencial en el epicardio a partir de los registros tomados en la superficie del torso representado en la formulación del problema directo como x e y respectivamente. Inicialmente se puede intuir que el problema inverso se resuelve calculando la inversa de la matriz de transferencia dejando la formulación del problema inverso como:

$$x = A^{-1}y \quad (2)$$

Sin embargo, esta ecuación no es directa debido a que la matriz de transferencia A presenta ciertas propiedades no deseables para la resolución del sistema. Estas propiedades indeseadas son el resultado de las alteraciones de la señal eléctrica registrada en el torso.

El problema inverso puede conllevar una serie de problemas:

- El **mal condicionamiento** implica que los valores calculados de la matriz A con el problema directo hace que pequeñas variaciones en las medidas produzcan grandes variaciones en la reconstrucción. Esto se debe a las atenuaciones y distorsiones provocadas por el paso de la señal eléctrica a través de los órganos y tejidos del cuerpo.
- La **correlación espacial** se produce cuando registramos valores en puntos muy próximos los unos de los otros haciendo que la información se duplique, aumentando la cantidad de datos pero no de información útil. Para resolver el problema, hay que tener en cuenta que la superficie del torso es limitada y hay que llegar a un equilibrio entre tener muchos registros y no tener excesiva información redundante ya que añadir más electrodos puede llegar a ser computacionalmente contraproducente.
- A diferencia del problema directo, en el problema inverso en instantes consecutivos existe una cierta **correlación temporal** afectando también a la correlación espacio-temporal, mientras que en el directo la correlación es prácticamente uno.
- La calidad de los resultados y el tiempo de ejecución necesario para obtenerlos depende del **método de reconstrucción** utilizado.
- Por último, otro de los problemas que se afronta son las diferencias entre el modelado y los parámetros reales del sujeto.

Debido a todas estas características nos encontramos ante un problema indeterminado, es decir, que no aporta una única solución para un conjunto de datos si no que tenemos infinitas posibles soluciones desde un punto de vista matemático.

Para hacer frente a este tipo de problema existen diversos métodos que añaden restricciones a la hora de resolverlo, ayudando a obtener una solución aceptable. En el desarrollo de este proyecto concretamente se han usado: la regularización de Tikhonov, Tikhonov Singular Value Descomposition (SVD) y Truncated SVD.

3.3.2 Regularización de Tikhonov

La regularización de Tikhonov es un método basado en minimizar la norma 2 del residuo que surge de la diferencia entre utilizar la matriz A mal condicionada con respecto a los datos medidos.

$$x = \operatorname{argmin}_x \{\|Ax - y\|_2^2\} \quad (3)$$

Para resolver este sistema se utiliza la pseudoinversa de la matriz A (A^\dagger):

$$x = A^\dagger y = (A^T A)^{-1} A^T y \quad (4)$$

Sin embargo, este método puede dar soluciones inadecuadas en presencia de ruido cuando el residuo es pequeño. Se añaden suposiciones sobre el tamaño a priori de la solución y un factor de suavizado que hace que la respuesta dada sea más estable asignando un peso para minimizar el término de regularización. De manera que la ecuación final a resolver es:

$$x = \operatorname{argmin}_x \{\|Ax - y\|_2^2 + \lambda^2 \|Rx\|_2^2\} \quad (5)$$

Siendo R el operador de regularización espacial que indica el orden de Tikhonov, cuyo valor es la matriz identidad en caso de orden 0, el gradiente para orden 1 y el laplaciano para el orden 2. Por otro lado, λ es el parámetro regulador encargado de dar el peso al término de regularización que minimiza la norma dos ($\|Rx\|_2^2$), en relación con la minimización de la norma dos del residuo ($\|Ax - y\|_2^2$). Para calcular éste parámetro se utiliza la “Curva-L” que es una gráfica logarítmica de la norma de una solución regularizada frente a la norma correspondiente residual como se muestra en la Figura 17. Es una herramienta gráfica muy útil para visualizar la relación entre el tamaño de la solución y los datos dados. Por tanto la “Curva-L” da una idea de las propiedades del método de regularización y ayuda en la elección del parámetro de regularización para los datos utilizados.

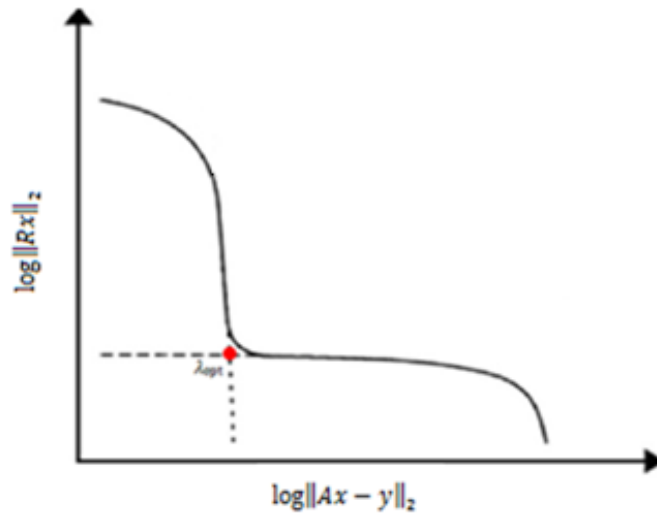


Figura 17. Representación de la curva L

Representa la curva L y señala el parámetro de regularización λ_{opt} que indica el valor óptimo para la regularización. Este valor es el punto donde mayor curvatura hay. El nombre de curva L viene dado por la forma de L que hace la función.

Implementación de Tikhonov en SCIRun

En módulo que se utiliza para resolver el problema inverso aplicando la regularización de Tikhonov es “*SolveInverseProblemWithTikhonov*” (Figura 18). Este módulo requiere la matriz de transferencia calculada en el problema directo y el vector con las medidas del potencial en el epicardio.

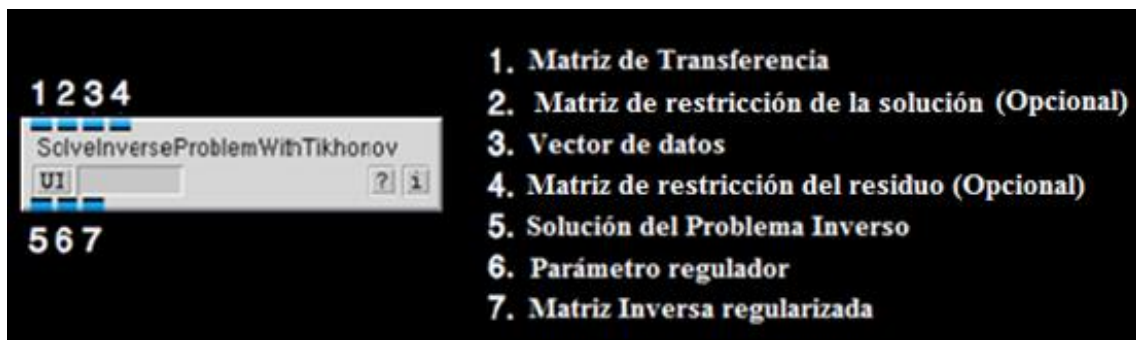


Figura 18. Módulo *SolveInverseProblemWithTikhonov*

Se muestra las entradas y las salidas correspondientes al módulo como se puede ver en la imagen, las entradas 2 y 4 no son imprescindibles para que el módulo funcione.

Opcionalmente este módulo permite usar matrices que restringen tanto la solución como los datos medidos. Estas matrices son conocidas como matriz de restricción de la solución (R) y matriz de restricción residual (L). Por lo que la ecuación resultante que implementa éste módulo se expresa como:

$$x = \operatorname{argmin}_x \{ \|Ax - Ly\|_2 + \lambda \|Rx\|_2 \} \quad (6)$$

En la implementación de este problema únicamente se ha usado la matriz residual para poder calcular los diferentes órdenes de Tikhonov.

Una vez explicado el algoritmo que implementa el módulo, las opciones de configuración disponibles se muestran en la Figura 19.

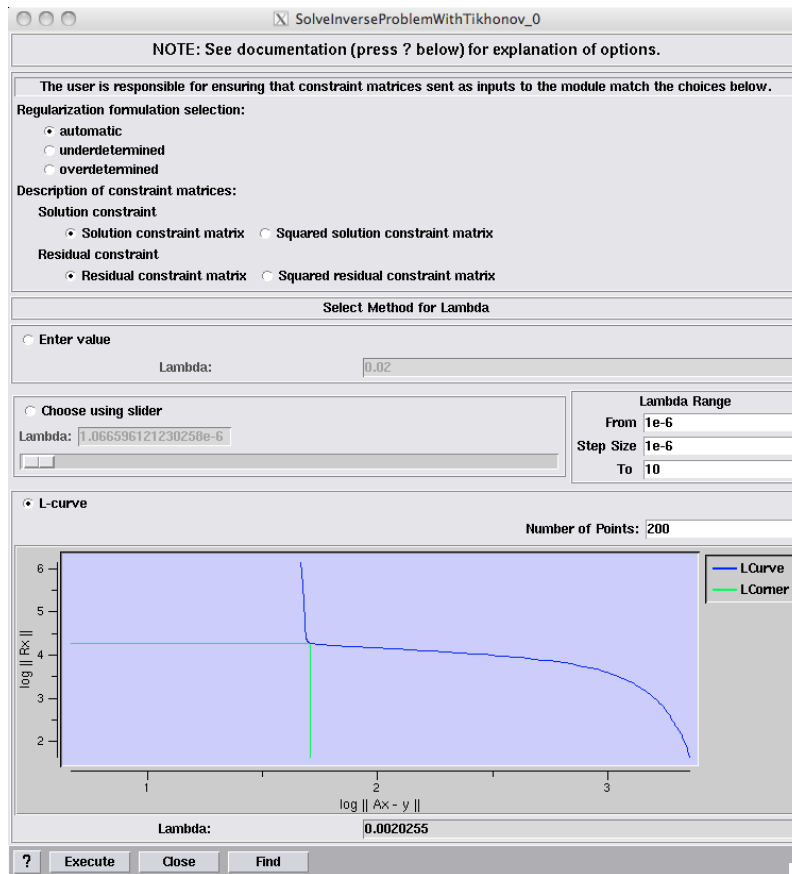


Figura 19. Interfaz de configuración del módulo SolveInverseProblemWithTikhonov

La primera opción que aparece permite indicar si el sistema a resolver es un sistema subdeterminado o sobredeterminado si se conoce de antemano ya que el cálculo en cada caso varía, mejorando así el cómputo de la solución. En caso de no tener esta información, se podrá elegir la opción de cálculo automático que decidirá el tipo de sistema a partir de los datos proporcionados al módulo.

Las siguientes dos opciones permiten indicar si utilizar las matrices de restricción de solución y del residuo como matrices normales o utilizar su versión cuadrada multiplicándolas por su traspuesta.

Por último, nos permite establecer el parámetro regulador de λ . Se puede seleccionar manualmente indicando su valor directamente o automáticamente mediante la elección de un rango de valores y un paso intermedio para calcularlo a través de la curva-L.

A la hora de implementar este problema se trató de utilizar el cálculo automático de la curva-L para conseguir el valor óptimo de lambda. Sin embargo, al establecer los rangos para el cálculo, la gráfica obtenida no representaba la curva-L. Esto podía ser debido a una elección errónea de rangos. Así que se optó por sacar el valor óptimo de λ utilizando MATLAB e introducir un rango de valores cercano a él para comprobar si SCIRun era capaz de calcular ese mismo valor o de representar correctamente la curva-L. Debido a que esto no sucedió, finalmente se optó por introducir manualmente el valor de λ calculado en MATLAB y comprobar si los resultados obtenidos eran los esperados. También se comprobó que al utilizar los valores calculados por la curva-L de SCIRun se obtenían resultados erróneos, debido a la λ óptima que tomaba el programa automáticamente para resolver el problema.

3.3.3 Singular Value Decomposition (SVD)

Dada una matriz A rectangular o cuadrada donde el número de filas es mayor o igual que el número de columnas, su descomposición en valores singulares se puede expresar como:

$$A = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^n u_i \sigma_i v_i^T$$

Donde U es una matriz $m \times n$, V una matriz $n \times n$ y Σ una matriz diagonal con valores no negativos ordenados de forma decreciente. Los valores de la matriz Σ (σ_i) se denominan valores singulares de la matriz A mientras que los vectores por columnas de las matrices U y V se denominan vectores singulares a la izquierda y a la derecha respectivamente y son ortonormales. Utilizando los valores singulares se puede calcular el condicionamiento de la matriz.

$$\text{cond}(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_n}$$

Las matrices mal condicionadas, como en este caso, tienen una matriz de transferencia con un alto condicionamiento. Esto implica que es una matriz no invertible pero puede deducirse una aproximación de su inversa mediante la SVD.

$$A^\dagger A = I_n$$

$$A^\dagger = V \Sigma^{-1} U^T = \sum_{i=1}^n v_i \sigma_i^{-1} u_i^T$$

Implementación de SVD en SCIRun

El módulo encargado de descomponer la matriz de transferencia A en valores y vectores singulares es “*ComputeSVD*”.

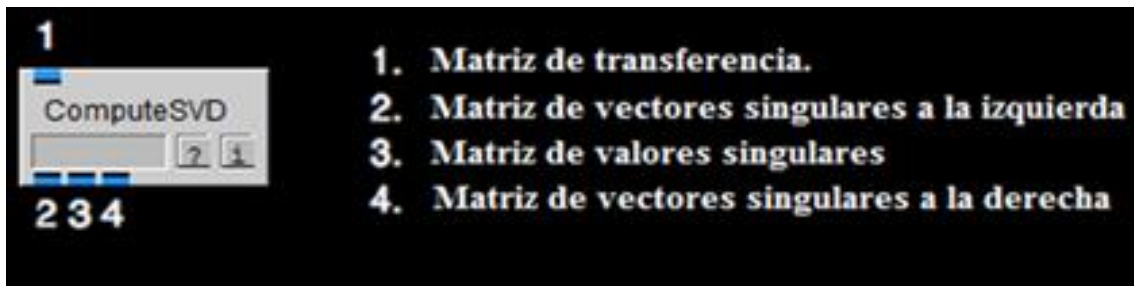


Figura 20. Módulo *ComputeSVD*

3.3.3.1 Tikhonov SVD

Aplicando la descomposición en valores singulares en la formulación de Tikhonov en el caso en que la matriz de restricción del residuo es la matriz identidad se obtiene:

$$\begin{aligned} x &= A^\dagger y = V \Sigma^{-1} U^T y = (A^T A + \lambda^2 I)^{-1} A^T y = \\ &= \sum_{i=1}^n (v_i \sigma_i^2 v_i^T + \lambda^2)^{-1} \sigma_i^{-1} v_i u_i^T y = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 v_i v_i^T + \lambda^2} v_i u_i^T y = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \frac{v_i u_i^T}{\sigma_i} y = \sum_{i=1}^n f_i \frac{v_i u_i^T}{\sigma_i} y \end{aligned}$$

Donde f_i es el factor de filtrado que permite suavizar la solución descartando aquellas combinaciones lineales cuyo valor singular es pequeño respecto de λ puesto que no aportan información y añaden ruido a la solución:

$$f_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \cong \begin{cases} 1, & \sigma_i \gg \lambda \\ \sigma_i^2/\lambda^2, & \sigma_i \ll \lambda \end{cases}$$

Implementación de Tikhonov SVD en SCIRun

El método Tikhonov SVD tiene su propio módulo en la herramienta SCIRun. Éste módulo se llama “*SolveInverseProblemWithTikhonovSVD*” (Figura 21).

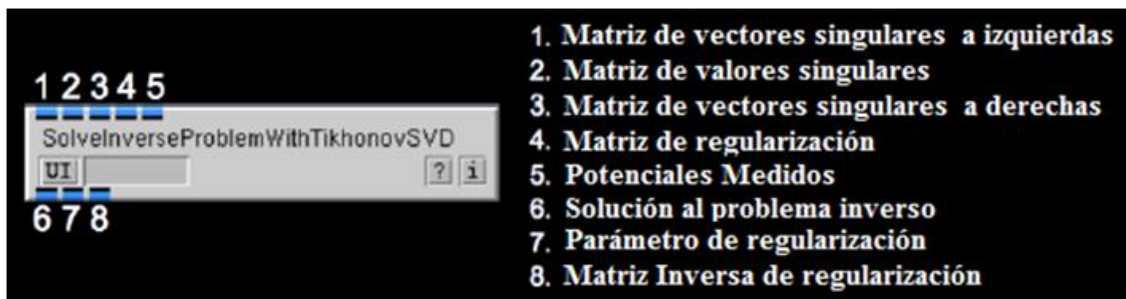


Figura 21. Módulo SolveInverseProblemWithTikhonovSVD

Para utilizar este módulo se debe usar el “*ComputeSVD*” encargado de la descomposición en valores singulares de la matriz de transferencia y de conectar las salidas de éste a las entradas del “*SolveInverseProblemWithTikhonov*”, aunque se tiene que trasponer la matriz conseguida de los vectores singulares a derechas con el módulo “*EvaluateLinAlgUnary*” antes de conectarla al “*SolveInverseProblemWithTikhonov*” para que se pueda calcular correctamente.

Al igual que con la regularización de Tikhonov clásica, se pueden calcular distintos órdenes (0, 1 y 2), y para ello se tiene la entrada de la matriz regularizada (4) aunque en este caso no se permite regularizar el tamaño de la solución. Por tanto, para este módulo la interfaz de usuario es:

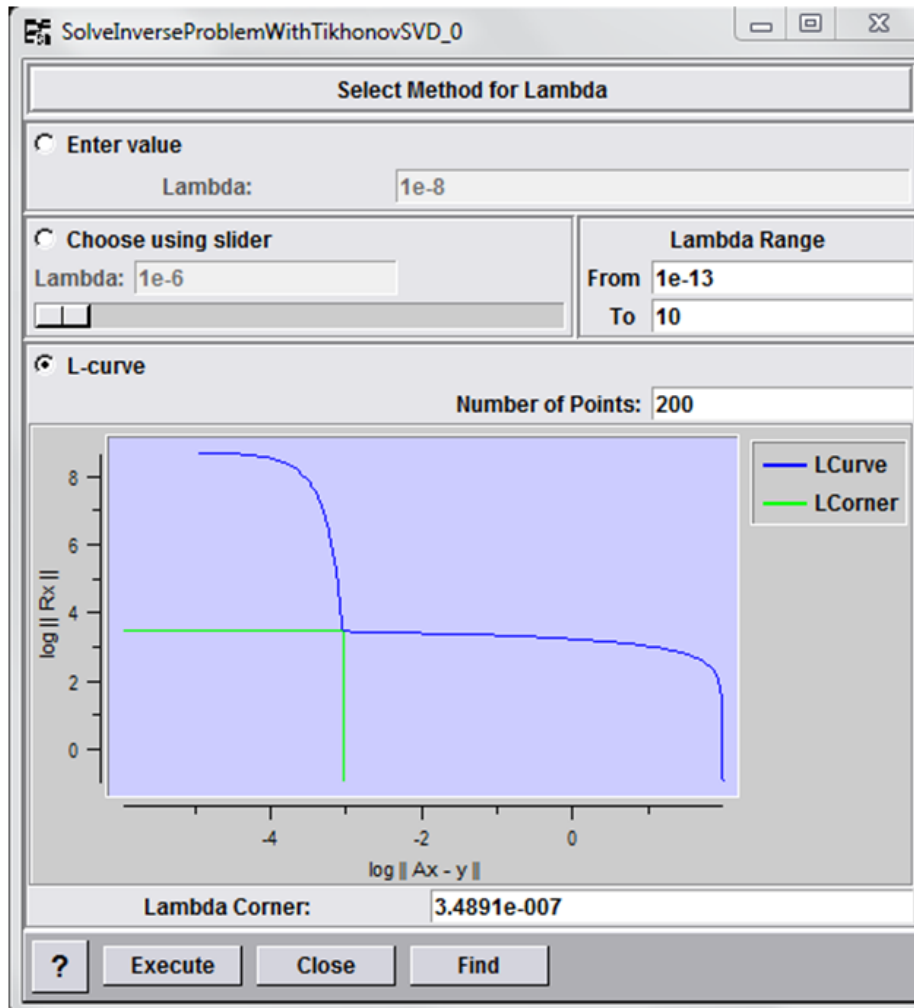


Figura 22. Interfaz de configuración del módulo SolveInverseProblemWithTikhonovSVD.

En esta interfaz se permite elegir el valor del parámetro regulador λ . Se puede introducir el valor óptimo de manera manual o calcularlo automáticamente a través de la curva L. A diferencia de la interfaz del módulo “*SolveInverseProblemWithTikhonov*”, en este caso sólo se puede introducir el rango de valores superior e inferior de λ sin especificar el paso. Pero al igual que en el módulo anterior, la curva L tiende a sobrestimar el parámetro λ y da una reconstrucción de peor calidad que si se introduce el λ óptimo calculado en Matlab.

3.3.3.2 Truncated Singular Value Descomposition (TSVD)

El método del TSVD está basado en la utilización de los valores singulares de mayor peso de la matriz A y sus vectores singulares asociados. Su utilidad se basa en eliminar los datos que proporcionan menor cantidad de información ya que todas las componentes añaden ruido. Con este método se elimina ruido y datos poco relevantes. Otra forma de verlo es eligiendo los k primeros valores y vectores singulares de la matriz A , obteniendo una matriz A_k bien determinada y con un condicionamiento bueno:

$$\text{cond}(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_n} \gg \text{cond}(A_k) = \frac{\sigma_1}{\sigma_k}$$

Esto permite sustituir A por A_k en el cálculo de minimizar la norma de mínimos cuadrados del residuo:

$$x = \underset{x}{\text{argmin}} \{ \|A_k x - y\|_2^2 \} = (A_k^T A_k)^{-1} A_k^T y = A_k^\dagger y$$

Donde $A_k = \sum_{i=1}^k u_i \sigma_i v_i^T$, obteniendo:

$$x = \sum_{i=1}^k v_i \sigma_i^{-1} u_i^T = \sum_{i=1}^k u_i \sigma_i^{-1} v_i^T$$

Este método es equivalente a aplicar en la formulación de Tikhonov SVD con un factor de filtrado tal que:

$$f_i = \begin{cases} 1, & i < k \\ 0, & i > k \end{cases}$$

Implementación de TSVD en SCIRun

Para utilizar el método TSVD en la herramienta SCIRun existe el módulo “*SolveInverseProblemWithTSVD*” (Figura 23) que al igual que en caso de Tikhonov SVD, necesita del módulo “*ComputeSVD*” para la descomposición en valores y vectores singulares. Además se necesita también del módulo “*EvaluateLinAlgUnary*” para trasponer la matriz correspondiente a los vectores singulares a derechas antes de conectar la descomposición en valores singulares a las entradas del módulo. También hay que resaltar que las medidas del potencial en el torso se han de introducir

vectorialmente por lo que se volverá hacer uso del “*GetColumnOrRowFromMatrix*” para seleccionar los diferentes instantes de tiempo.

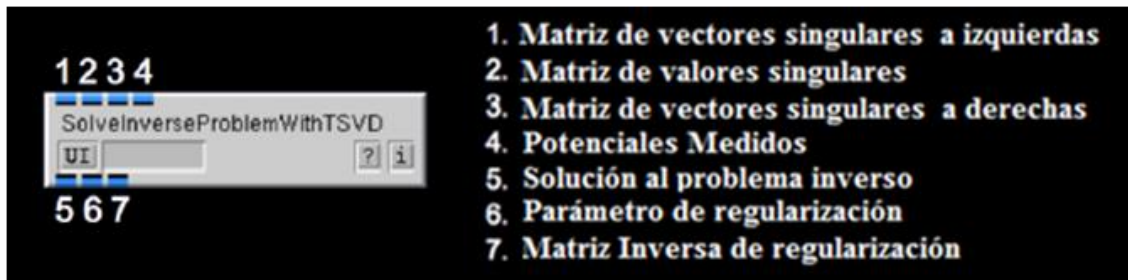


Figura 23. Módulo *SolveInverseProblemWithTSVD*

La interfaz de usuario de este módulo en la versión actual de SCIRun 4.7 presenta varios fallos que están pendientes de mejorar para próximas versiones. Como por ejemplo, que el módulo solicite el valor de λ cuando en realidad el valor que tenemos que introducir es k , el cual identifica que k valores que se han de utilizar para realizar la reconstrucción. Además en el cálculo automático como se muestra en la Figura 24 se esperaría que mostrase la curva L, pero no lo hace y nos devuelve directamente los valores calculados de k aunque como en el caso manual aparece con el nombre de lambda. Este módulo al igual que en los casos anteriores tiende a sobre estimar y no se consigue una reconstrucción óptima por lo que se ha usado el valor que ofrecía mejor reconstrucción por el método empírico.

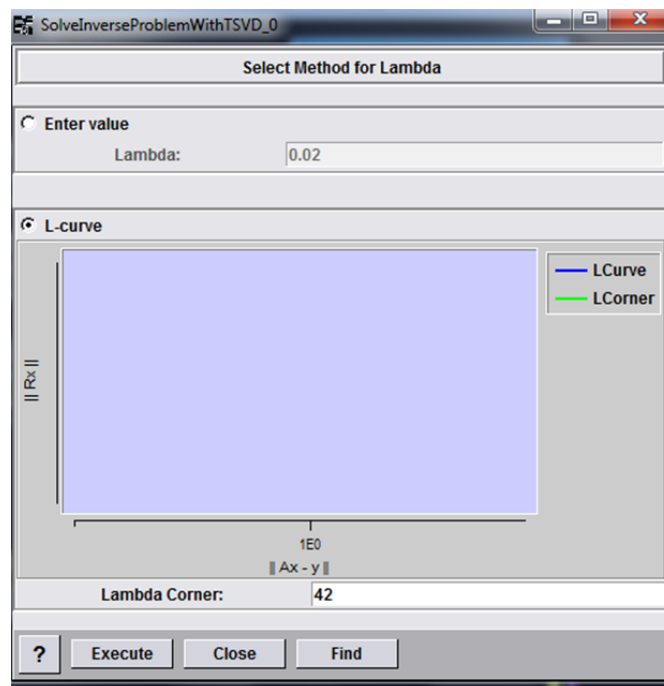


Figura 24. Interfaz de usuario del módulo *SolveInverseProblemWithTSVD*

Capítulo 4

Desarrollo y Resultados

En este capítulo se explica el modelo que se ha usado para la implementación del problema inverso, además de los diferentes escenarios en los que se ha probado. Al final del mismo, se muestran los resultados obtenidos de los diferentes métodos de regularización del problema inverso expuestos en el capítulo anterior y una breve comparación.

4.1 Datos en el modelado

Al igual que con el problema directo, el modelo geométrico elegido para implementar el problema inverso es el modelo de esferas, ya que es un modelo sencillo de implementar y no se pierde información en la reconstrucción por su geometría. De esta forma se consigue un mejor análisis de los métodos utilizados en la reconstrucción permitiendo su posterior análisis en modelos más complejos. Como ya se introdujo en el problema directo, este modelo se representa con esferas concéntricas cuya superficie viene definida por la aplicación del método numérico BEM, el cual forma las superficies de las esferas mediante la unión de triángulos.

Tanto los datos de la geometría como los datos de los potenciales medidos han sido aportados por la Universidad Politécnica de Valencia. También han aportado la matriz de transferencia con la que se va a trabajar en la reconstrucción, ya que es la encargada de relacionar los potenciales medidos en el epicardio con los potenciales medidos en el torso. Esta matriz se puede calcular gracias a la aplicación del problema directo.

Para poder introducir los datos en SCIRun es necesario hacer un preprocesado de los datos. Por un lado, hay que reestructurar los datos de la geometría dados en las variables `Modelo_EG` y `Modelo_ECG`, de manera que sigan el formato necesario para que el módulo de SCIRun lo procese correctamente. Este cambio consiste en definir una variable que contenga dos estructuras que hacen referencia a las esferas que representan el corazón y el torso respectivamente. A su vez cada estructura contiene dos matrices

las cuáles indican las coordenadas de los vértices y de las aristas que conforman el modelo de cada esfera.⁷

Por otro lado, para simular el ruido se ha usado una función en Matlab que añade ruido blanco gaussiano en función de un valor de SNR proporcionado a cada muestra del torso de manera que se puedan simular diferentes niveles de ruido.

Por último, los escenarios en los que se ha desarrollado este proyecto son:

- **Datos_PacingLento:** Se corresponde con una situación de ritmo sinusal que proporciona una propagación eléctrica estable. Este estado es como generalmente está un corazón sano y relajado.
- **Datos_2080:** En este otro caso, el corazón propaga correctamente el impulso eléctrico a un 80% de la superficie cardiaca pero en el 20% restante de la superficie, el pulso eléctrico se comporta de forma rotacional. Esto implica que haya reentradas provocando que la conducción eléctrica sea más lenta, haciendo que los pulsos se solapen.

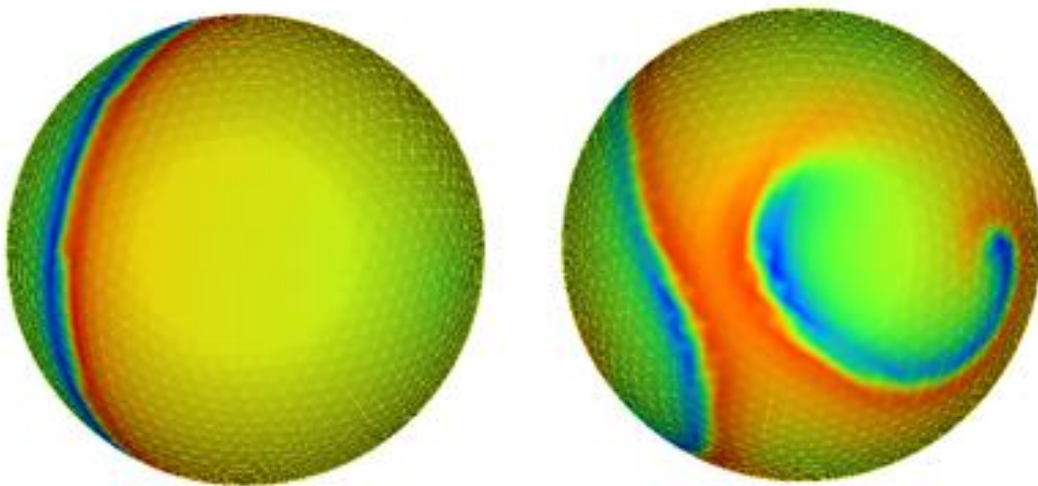


Figura 25. Representación de las esferas para los datos PacingLento (izquierda) y 2080 (derecha).

⁷ Para obtener mayor información de cómo hacer esta conversión se puede seguir la guía de SCIRun en <http://scirundocwiki.sci.utah.edu/SCIRunDocs/index.php5/CIBC:Documentation:SCIRun:Reference:MatlabInterface:ImportFieldsFromMatlab>

- **Datos_Espejo:** Este caso se produce cuando hay dos frentes de ondas a la vez en el corazón y el pulso eléctrico se comporta como dos rotores sincronizados que se extienden por la superficie cardiaca. En este tipo de casos en los que hay varias reentradas es más difícil que el corazón pueda llegar a relajarse lo que hace que no se contraiga adecuadamente y provoque fibrilaciones.
- **Datos_80Fibr20LA:** Por último, en este caso el 80% de la superficie del corazón tiene fibrosis provocando que las interconexiones de las células se rompa. Como consecuencia de ello surgen diferentes frentes de activación aleatorios dando lugar a una conducción fibrilatoria. En el otro 20% se producen reentradas de activación debido a que el pulso eléctrico se comporta como un rotor.

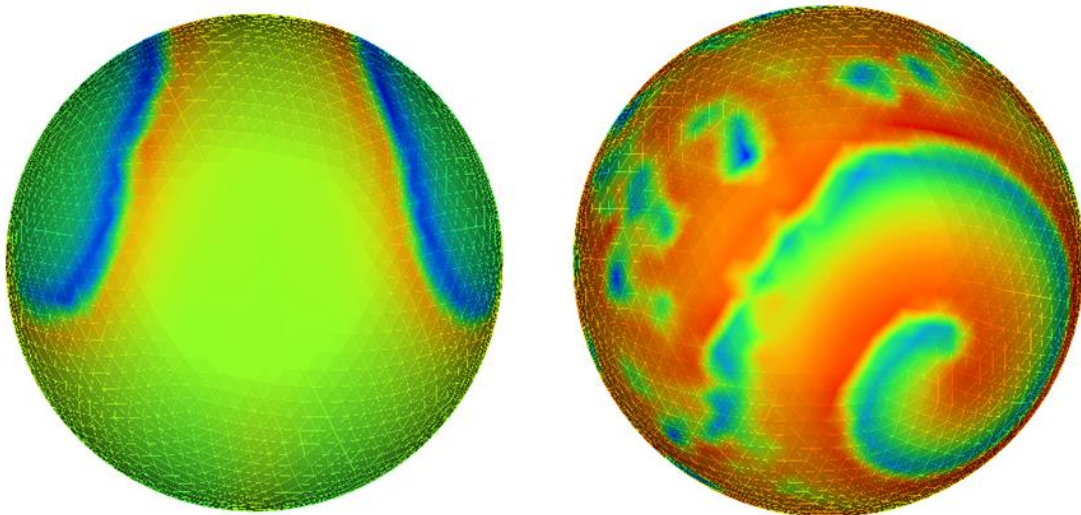


Figura 26 Representación de las esferas para los datos Espejo (izquierda) y 80Fibr20LA (derecha)..

4.2 Regularización de Tikhonov

Para obtener los resultados de este apartado se ha utilizado el esquema de SCIRun del Anexo II, donde se puede ver claramente los módulos y las interconexiones necesarias para la implementación de Tikhonov.

En este apartado primero se mostrarán las reconstrucciones conseguidas con los datos obtenidos de la herramienta SCIRun para los diferentes escenarios en los que se ha trabajado, así como para los diferentes órdenes de Tikhonov. Posteriormente se representará el error relativo y la correlación promedia ante diferentes SNRs. En último

lugar, se analizarán los resultados obtenidos para conocer en qué casos se comporta mejor y cómo de eficientes son las reconstrucciones ante el ruido.

4.2.1 Datos PacingLento

En las siguientes imágenes se muestra los resultados de reconstrucción para el caso en el que el corazón funciona correctamente. En las Figura 27, Figura 28 y Figura 29 se muestran las reconstrucciones obtenidas aplicando la regularización de Tikhonov para el orden 0, orden 1 y orden 2 respectivamente.

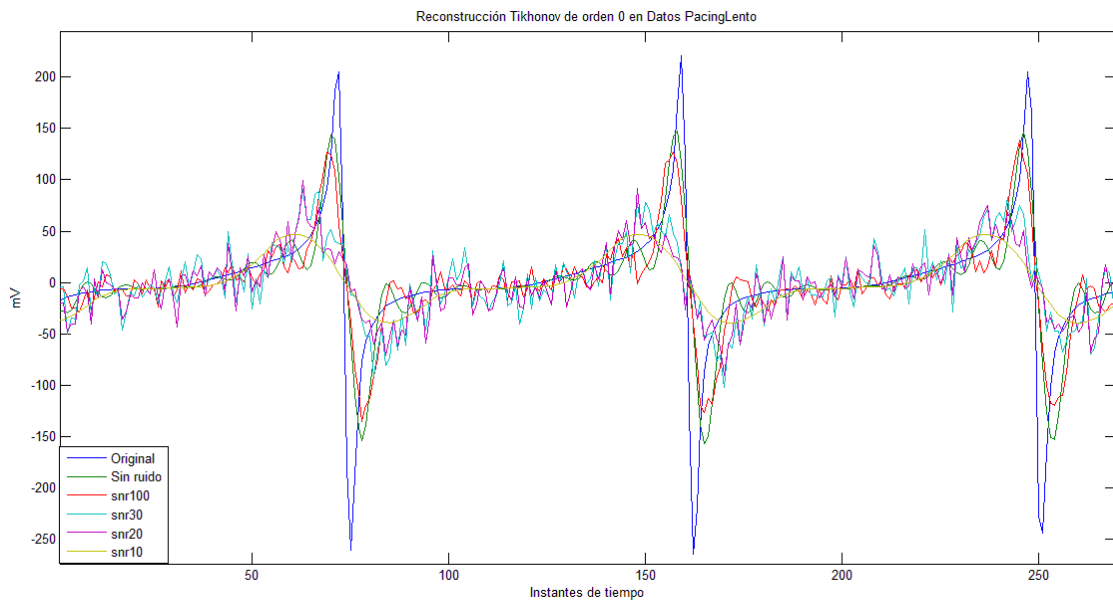


Figura 27. Reconstrucción de Tikhonov Orden 0 en Datos PacingLento

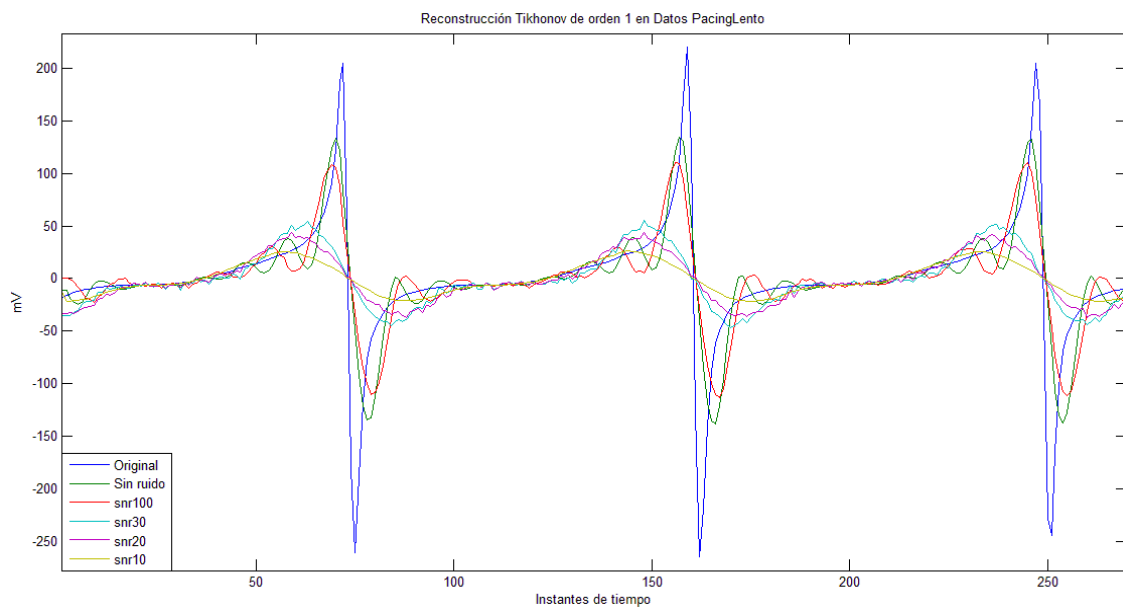


Figura 28. Reconstrucción de Tikhonov Orden 1 en Datos PacingLento

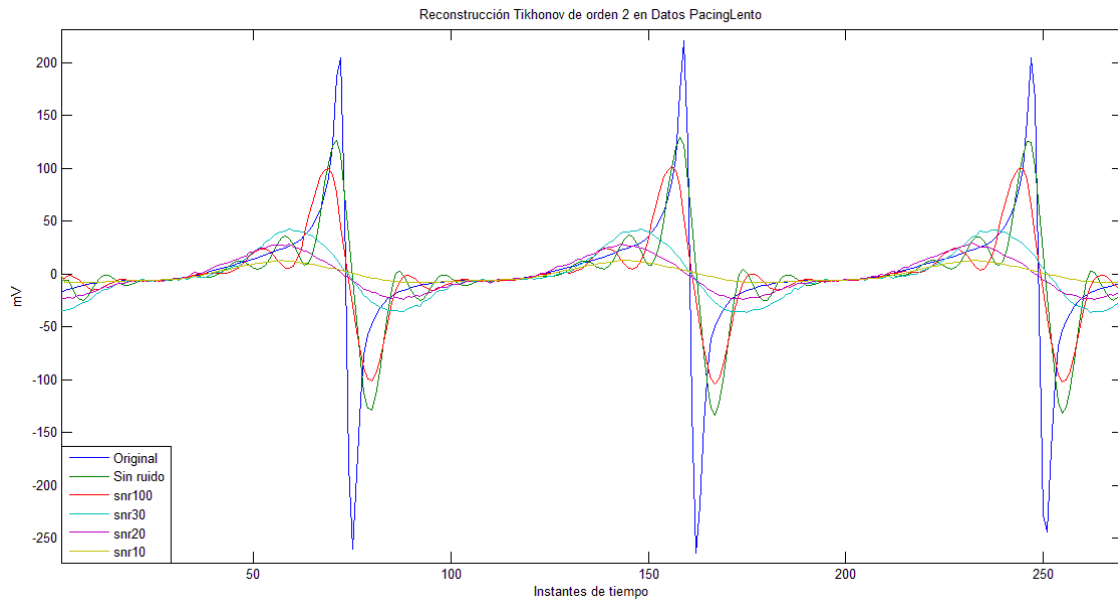


Figura 29. Reconstrucción de Tikhonov Orden 2 en Datos PacingLento

A simple vista es difícil saber cuál de los tres órdenes hace una mejor reconstrucción de la señal. Por un lado, en el orden 0 vemos que la reconstrucción presenta pequeñas perturbaciones a lo largo de toda la señal y puede hacer pensar que es la peor reconstrucción. Por otro lado, las reconstrucciones de orden 1 y orden 2 no presentan perturbaciones haciendo que los cambios bruscos de la señal original sean más suaves en la reconstrucción. Esto no siempre es bueno, ya que cuando se trabaja con altos niveles de ruido hace que se pierda información importante sobre la forma de la señal original.

Para poder determinar qué orden se comporta mejor, se ha calculado el error relativo y la correlación promedia frente a las diferentes SNRs para los tres órdenes de Tikhonov, como se muestra en la Figura 30.

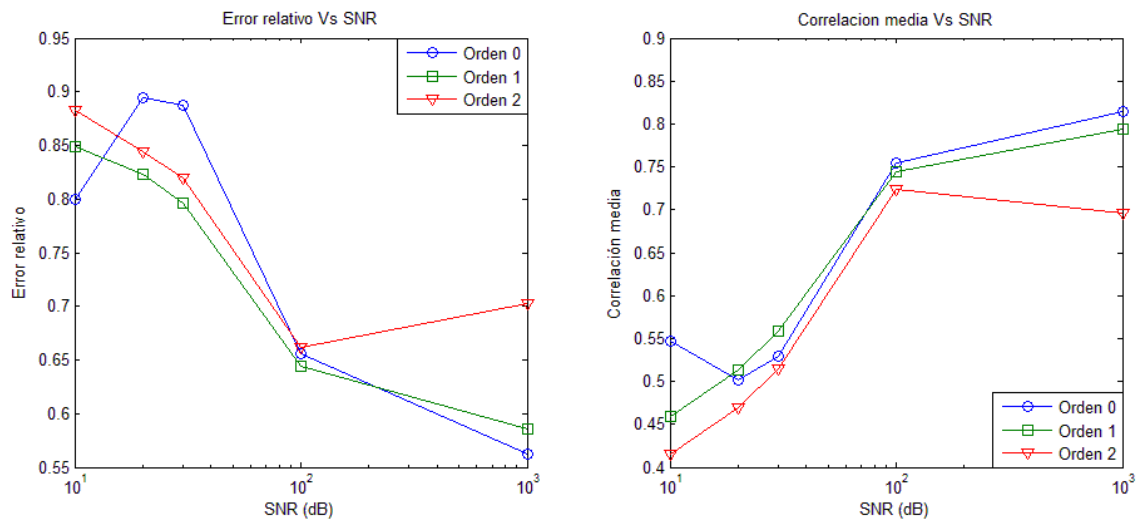


Figura 30. Error relativo y Correlación media en Datos PacingLento

Observando la Figura 30 se deduce que el orden que menor error relativo presenta es el de orden 1, a pesar de tener mayor error que el orden 0 para la SNR de 10dB (debido al error acumulado en los intervalos constantes de la señal) y de que su error disminuye más lentamente cuando se aumenta la SNR.

Esto se debe a que el orden 1 utiliza la primera derivada de la matriz residual, generando una señal más estable y haciendo que el error disminuya de forma suave, no de forma brusca como con el orden 0.

En cuanto a la correlación se observa que es el algoritmo que consigue la reconstrucción más semejante a la original es el orden 0 de Tikhonov, pero esto no implica que sea la más fiable como se ha podido ver al calcular el error cometido en las SNRs intermedias.

Viendo los resultados obtenidos se puede intuir que la regularización de Tikhonov de orden 1 es la que mejor funciona a pesar de no ser la que presente la mayor correlación, seguida de la de orden 0 y siendo la de orden 2 la que peor resultados muestra.

4.2.2 Datos 2080

Para este caso, el corazón propaga correctamente el impulso eléctrico al 80% de su superficie por lo que el ritmo cardíaco registrado es muy parecido al caso anterior. Sin embargo, al producirse reentradas en el 20% restante de la superficie hace que el periodo de refractario sea inexistente tal y como muestran las figuras 27, 28 y 29.

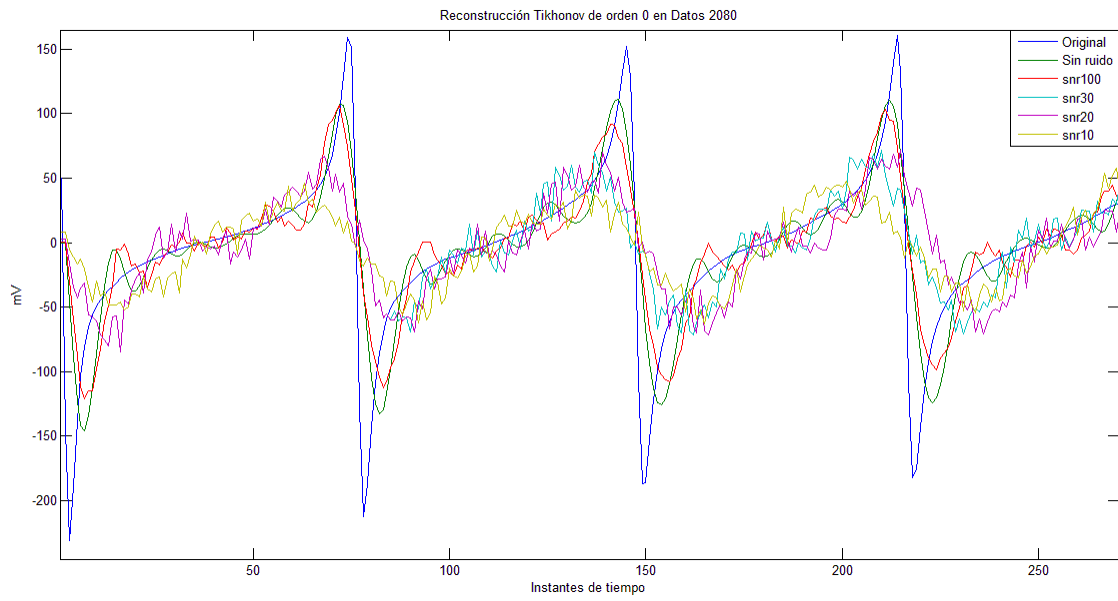


Figura 31. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos 2080

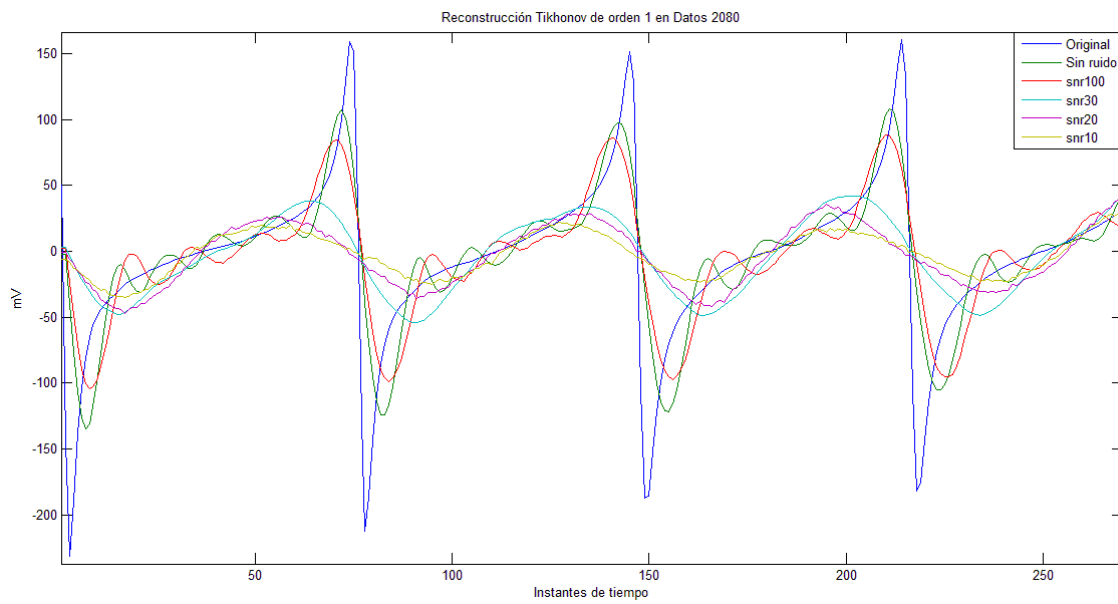


Figura 32. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos 2080

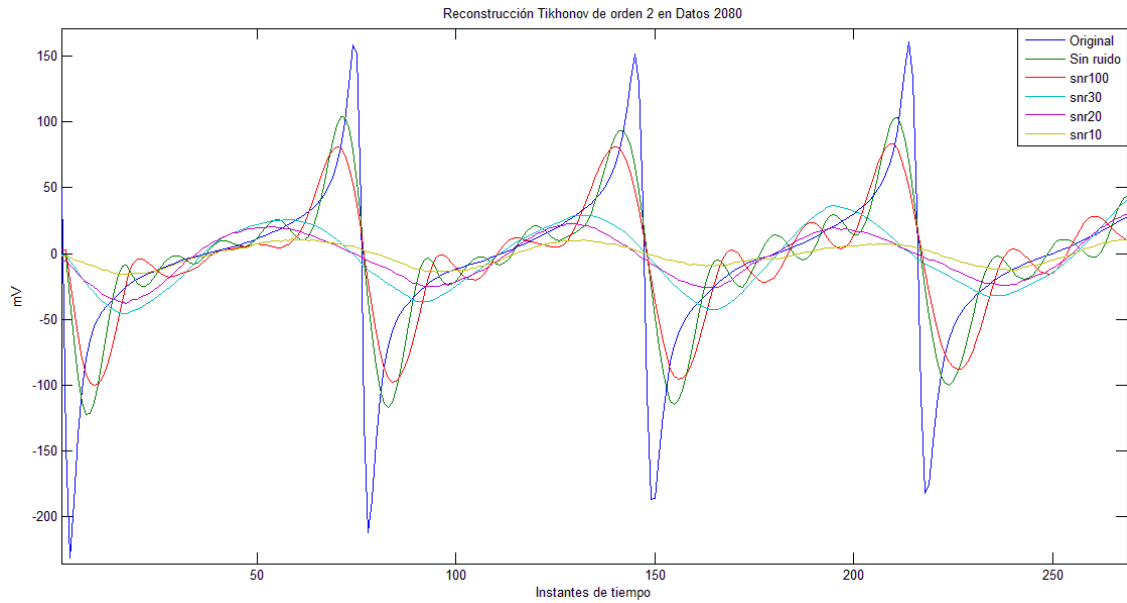


Figura 33. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos 2080

La Figura 31, Figura 32 y Figura 33 muestran las reconstrucciones usando las regularizaciones de Tikhonov para orden 0, 1 y 2 respectivamente. Se puede ver que al igual que en caso anterior la reconstrucción de orden 0 presenta más perturbaciones que las otras dos ya que éstas son más suaves ante las variaciones de la señal original.

Para poder estudiar el funcionamiento de los diferentes órdenes de Tikhonov se ha calculado el error relativo y la correlación media para las diferentes SNRs comparándolo entre los diferentes órdenes de Tikhonov como muestra la Figura 34.

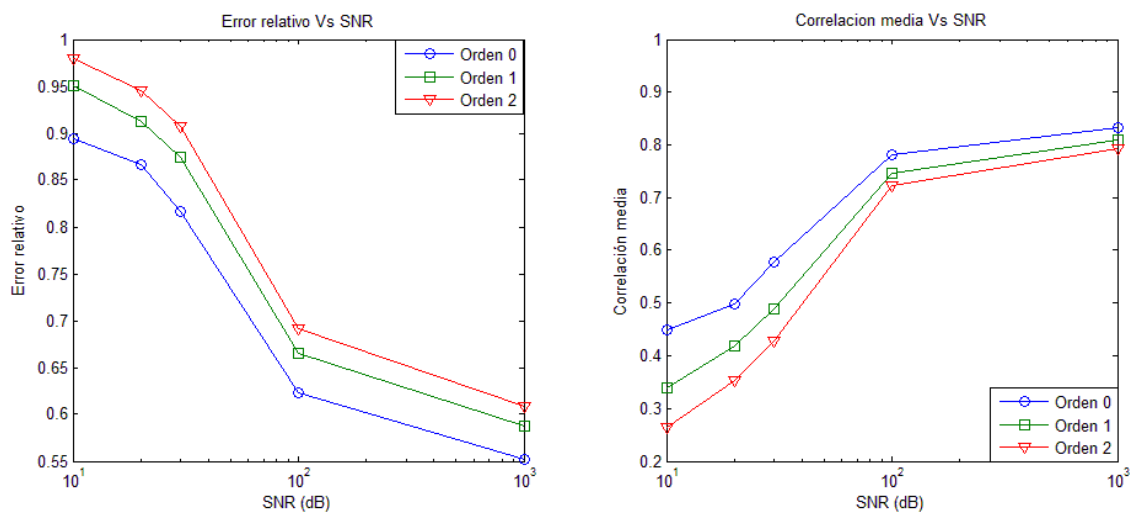


Figura 34. Error relativo y Correlación media en Datos 2080.

En esta ocasión vemos que la regularización que mejor se comporta es Tikhonov de orden 0, ya que es el orden que menor error presenta y mayor correlación respecto de la señal original a la vez. Esto es debido a que en este caso la atenuación que produce tanto el orden 1 como el orden 2 nos perjudica porque al variar de forma continua la señal original hace que se noten menos las variaciones, de manera que suaviza en exceso la reconstrucción. Este efecto se puede observar sobre todo en las SNRs bajas, en las que el ruido es muy grande provocando que pasen desapercibidos los cambios de la señal original dando lugar a una reconstrucción cuasi constante, alejándose de la señal original.

Por otro lado, podemos apreciar que Tikhonov de orden 1 sigue siendo mejor que Tikhonov de orden 2 ya que este último tiende a suavizar más que el primero, debido a que se utiliza el laplaciano (segunda derivada) para realizar los cálculos.

4.2.3 Datos Espejo

Para este caso hay varias reentradas como ya se ha explicado anteriormente por lo que el pulso eléctrico es más rápido que el caso PacingLento y el estado de reposo del corazón es muy breve.

Para este caso las reconstrucciones obtenidas en los diferentes órdenes de Tikhonov se muestran en Figura 35, Figura 36 y Figura 37.

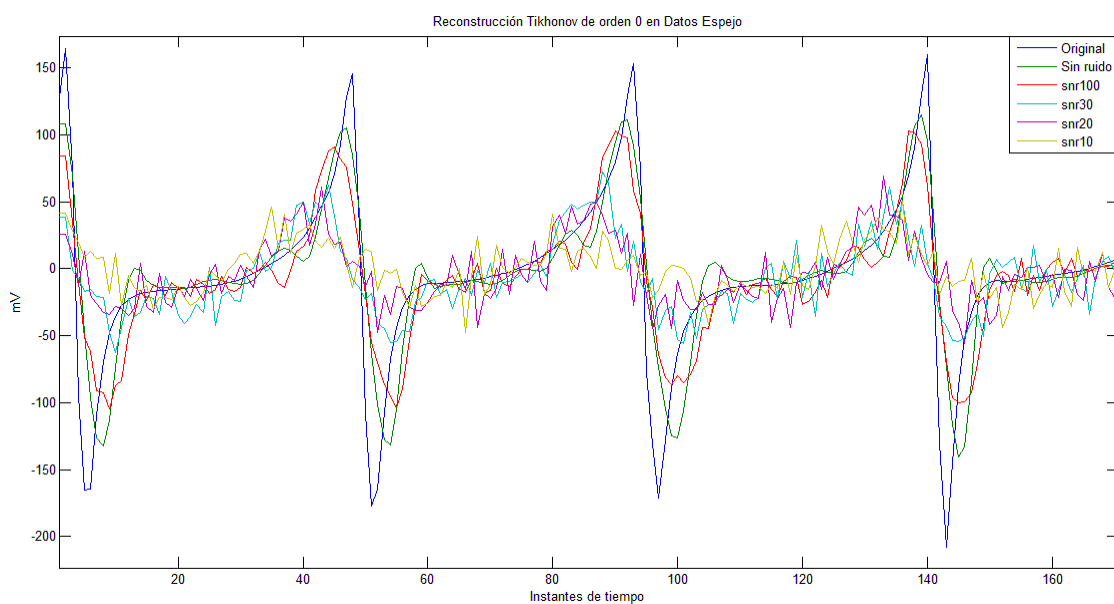


Figura 35. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos Espejo

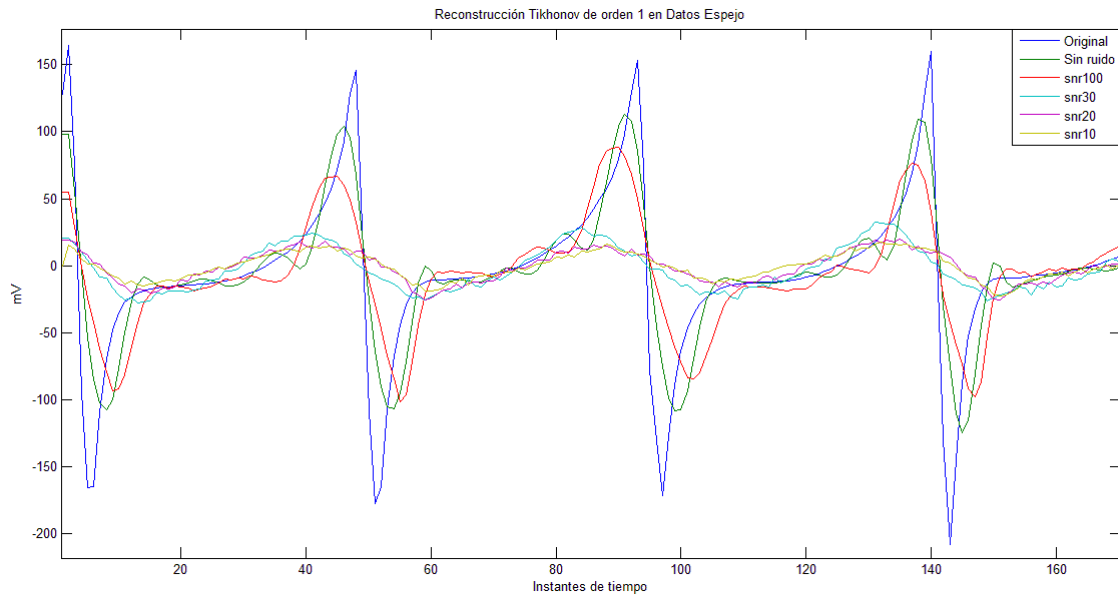


Figura 36. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos Espejo

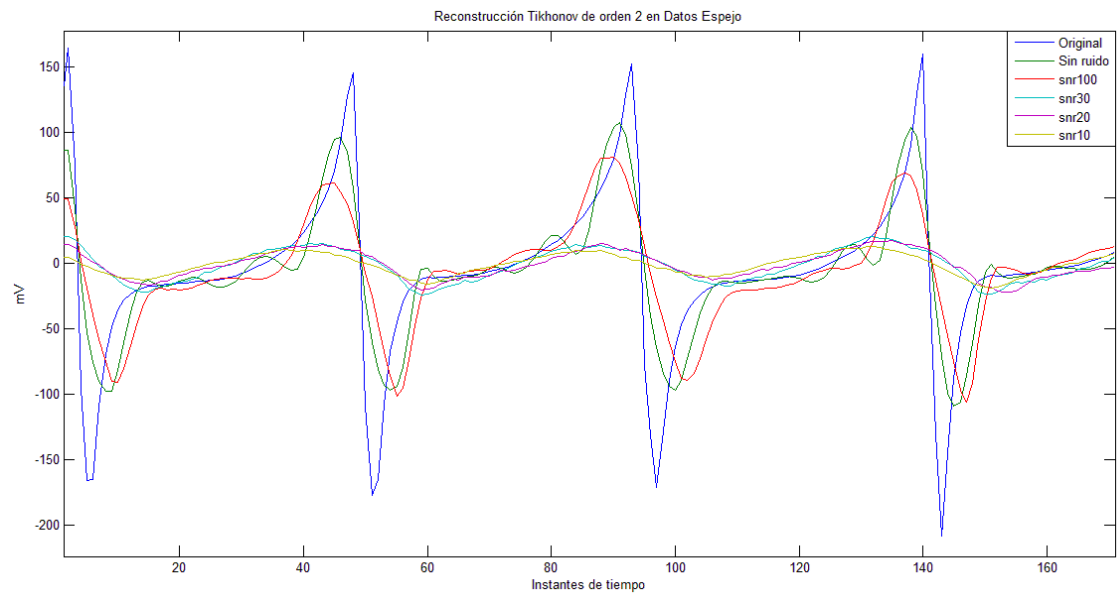


Figura 37. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos Espejo

Al igual que en los casos anteriores vuelve a salir la reconstrucción de orden 0 con perturbaciones, aunque en este caso son mayores que en el caso del PacingLento debido al corto periodo refractario que hay en el pulso. Además se vuelve a observar cómo se suavizan las reconstrucciones de orden 1 y 2. Sin embargo, en este caso es mucho más evidente que las reconstrucciones de SNRs bajas en el orden 2 se comportan casi como una señal constante al igual que ocurre en el caso Datos 2080.

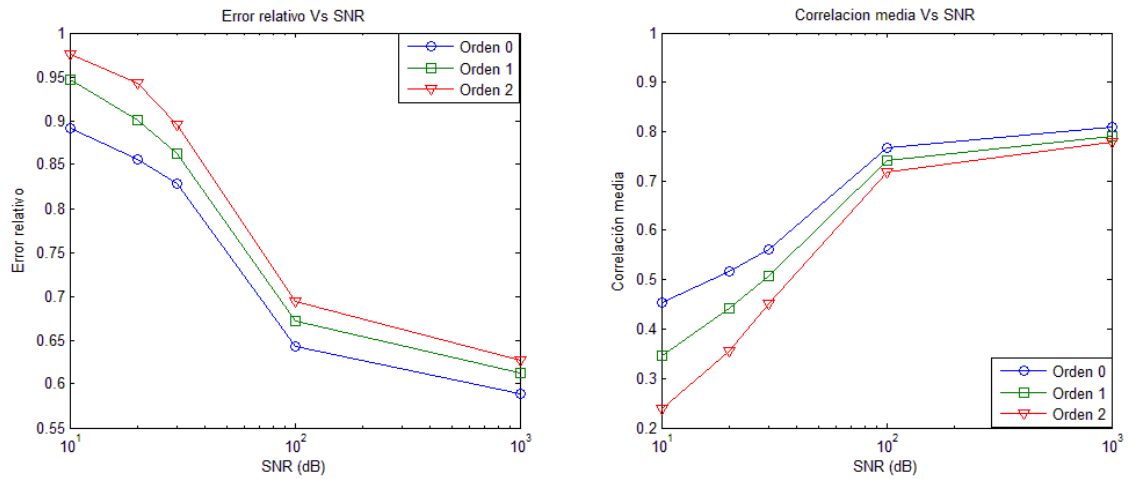


Figura 38. Error relativo y Correlación media en Datos Espejo.

Al igual que pasaba con el caso Datos_2080, sale que el error relativo y la correlación media son mejores para Tikhonov de orden 0, seguido del orden 1 y terminando con el orden 2. Este resultado concuerda con lo visto en los resultados del caso Datos_2080 ya que estamos ante un escenario el que el periodo estacionario es muy corto, lo cual hace que la señal varíe de forma continua. El orden que mejor se ajusta a este tipo de variaciones es el de orden 0, que permite reaccionar ante cambios de pequeña magnitud.

4.2.4 Datos 80Frib20LA

En este último escenario, el corazón presenta fibrosis en un 80% de su superficie como consecuencia de la activación aleatoria de sus nodos. El 20% restante de la superficie propaga el pulso eléctrico de forma rotacional produciendo reentradas y la superposición de pulsos en una misma célula cardiaca. Por esto no hay periodo refractario en la señal registrada como se muestra en la Figura 39, Figura 40 y Figura 41.

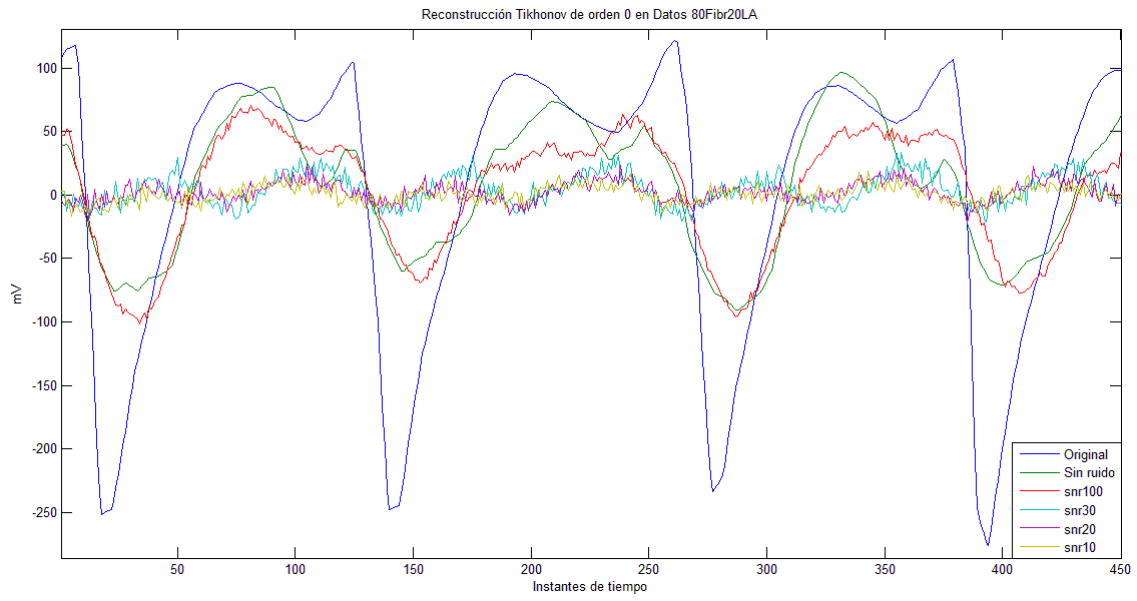


Figura 39. Reconstrucción Tikhonov orden 0 en Datos 80Frib20LA

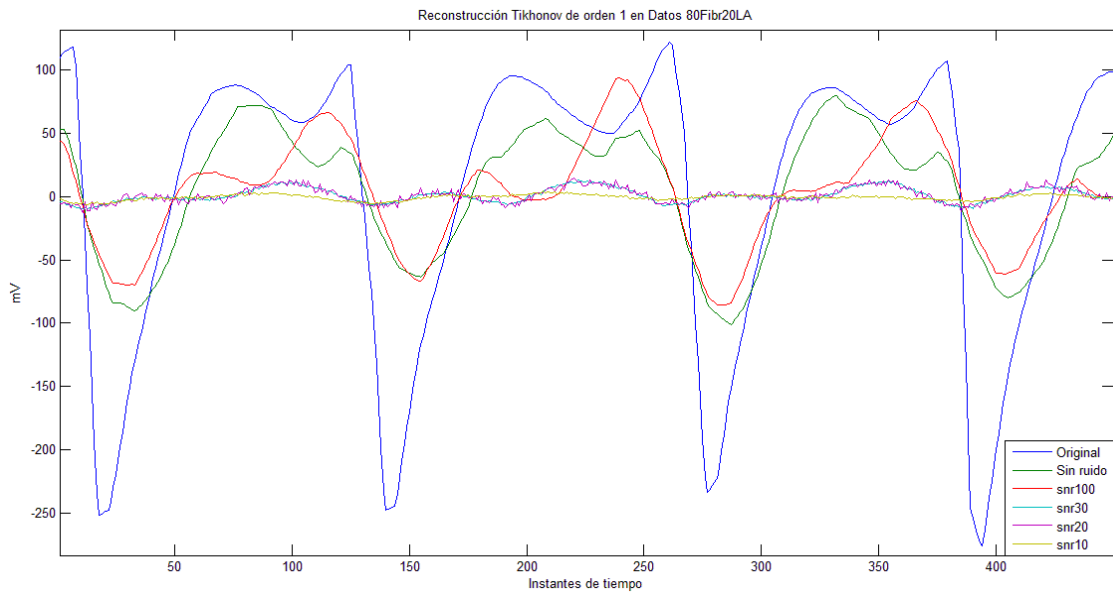


Figura 40. Reconstrucción Tikhonov orden 1 en Datos 80Frib20LA

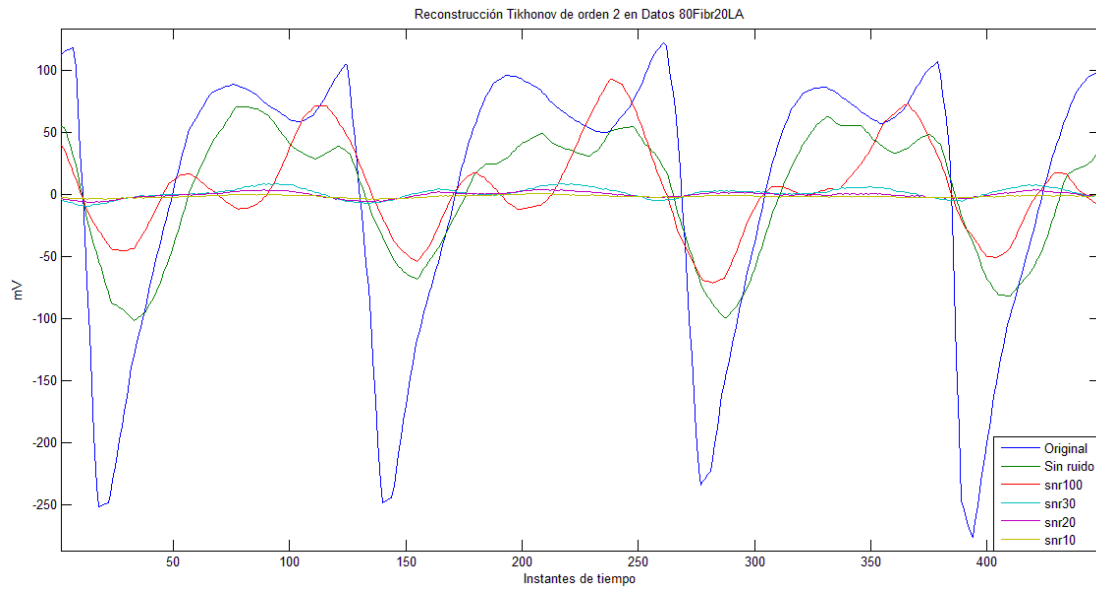


Figura 41. Reconstrucción Tikhonov orden 2 en Datos 80Frib20LA

En esta ocasión a simple vista se puede ver que las mejores reconstrucciones se consiguen con Tikhonov de orden 0 sobre todo en SNRs bajas. Sin embargo para este escenario el algoritmo de Tikhonov no consigue una buena reconstrucción para ningún orden, se puede apreciar que para escenarios donde la señal registrada tiene superposición de pulsos el algoritmo utilizado presenta importantes limitaciones en la reconstrucción, puesto que no es capaz de diferenciar con claridad las crestas y valles que forman de la superposición de los pulsos.

Para poder conocer qué orden de Tikhonov presenta mayor limitación ante este tipo de escenarios se compararan mediante el error relativo y la correlación media como muestra la Figura 42.

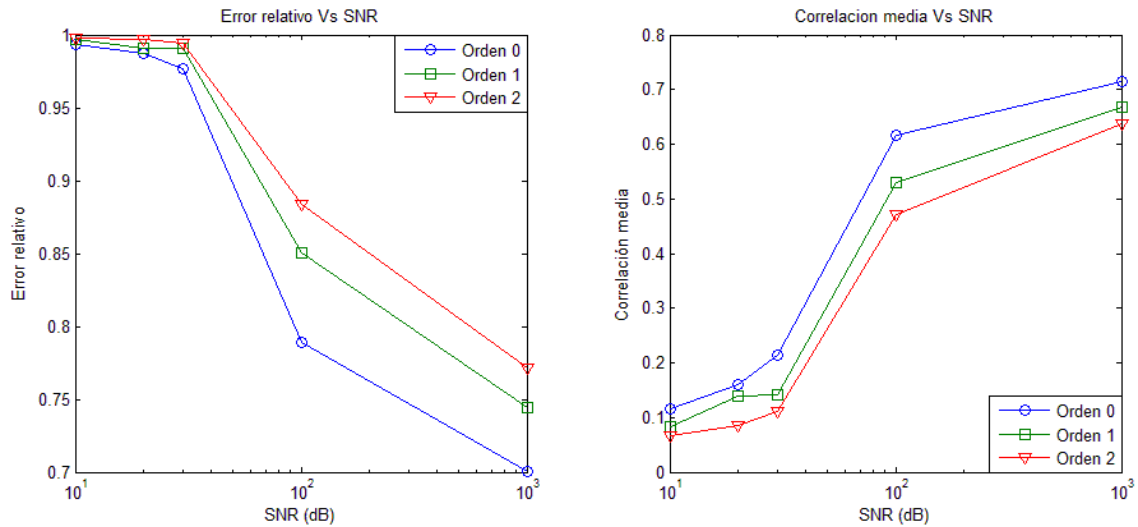


Figura 42. Error relativo y Correlación media en Datos 80Fibr20LA.

A pesar de no conseguir una reconstrucción válida se sigue observando que cuando la señal varía continuamente la mejores prestaciones sigue dándolas el algoritmo de Tikhonov de orden 0 como muestra la Figura 42.

4.3 Regularización de Tikhonov aplicando la descomposición en valores singulares

Para conseguir los resultados de este apartado se ha implementado el esquema del Anexo III, donde se muestran los módulos y conexiones necesarias para el correcto funcionamiento de SCIRun. Para simplificar los cálculos se ha decidido implementar únicamente el algoritmo de Tikhonov SVD para el orden 0, ya que como se ha visto en el apartado anterior es el que mejor rendimiento mostraba en la mayoría de los casos. Además los resultados obtenidos al implementar Tikhonov SVD son casi idénticos a los obtenidos con Tikhonov.

A continuación se mostrarán las reconstrucciones obtenidas y una comparativa entre los diferentes escenarios a través del cálculo del error relativo y de la correlación media frente a las distintas SNRs.

4.3.1 Reconstrucciones con Tikhonov SVD

En este apartado se presentan las soluciones obtenidas al reconstruir con Tikhonov SVD de orden 0 los cuatro escenarios de datos que se tienen.

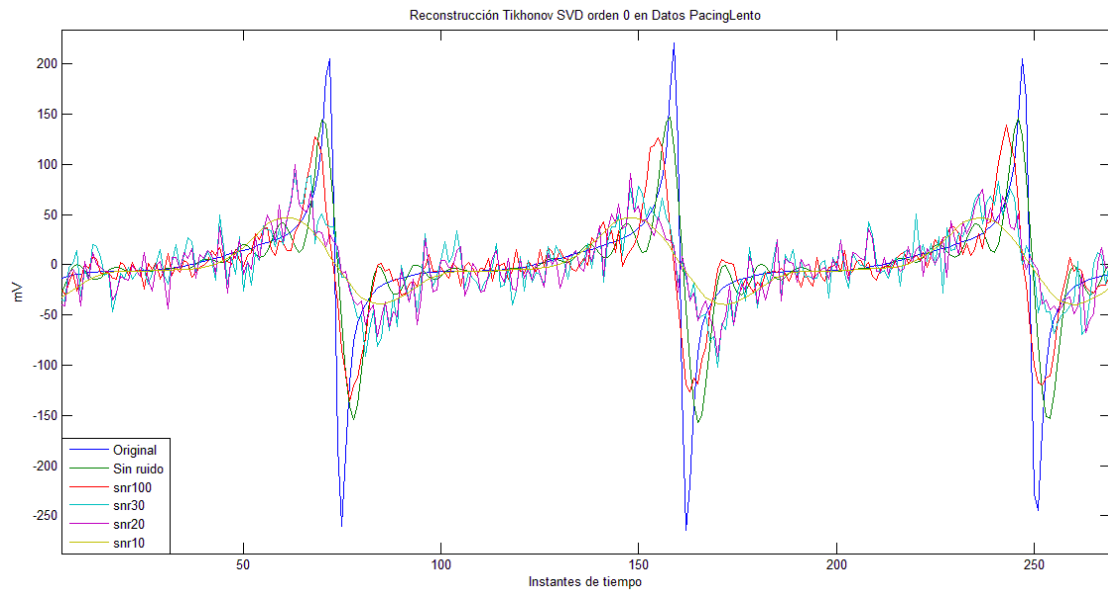


Figura 43. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos PacingLento

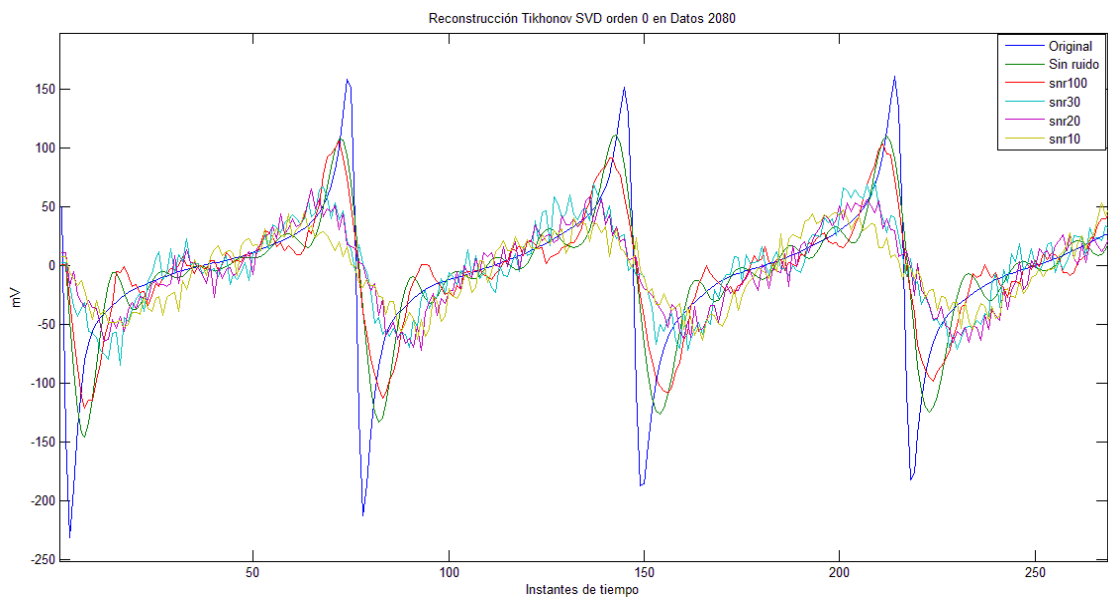


Figura 44. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos 2080

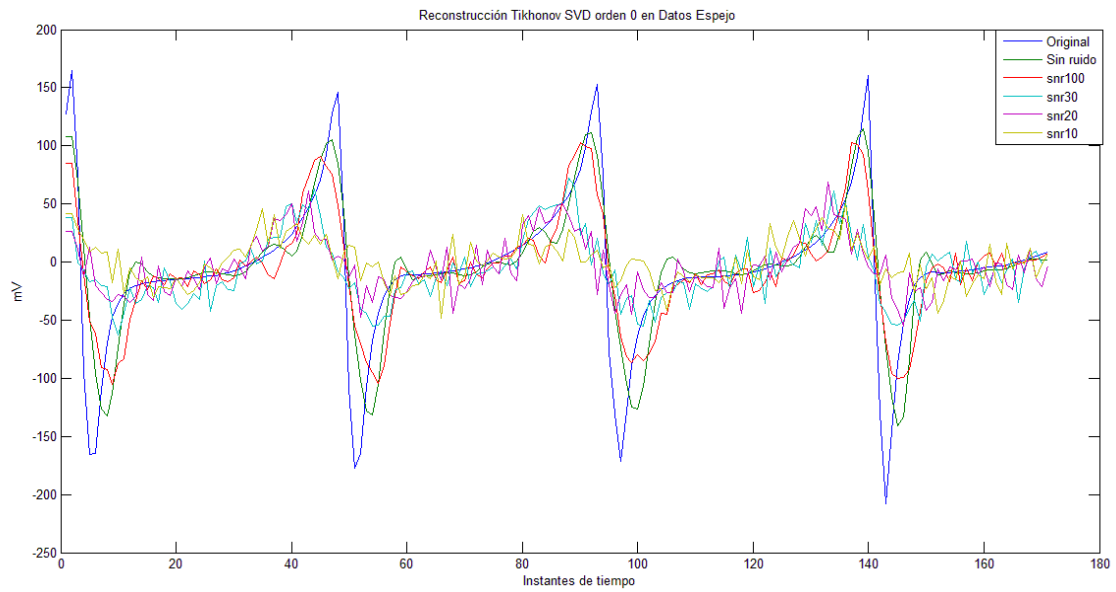


Figura 45. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos Espejo

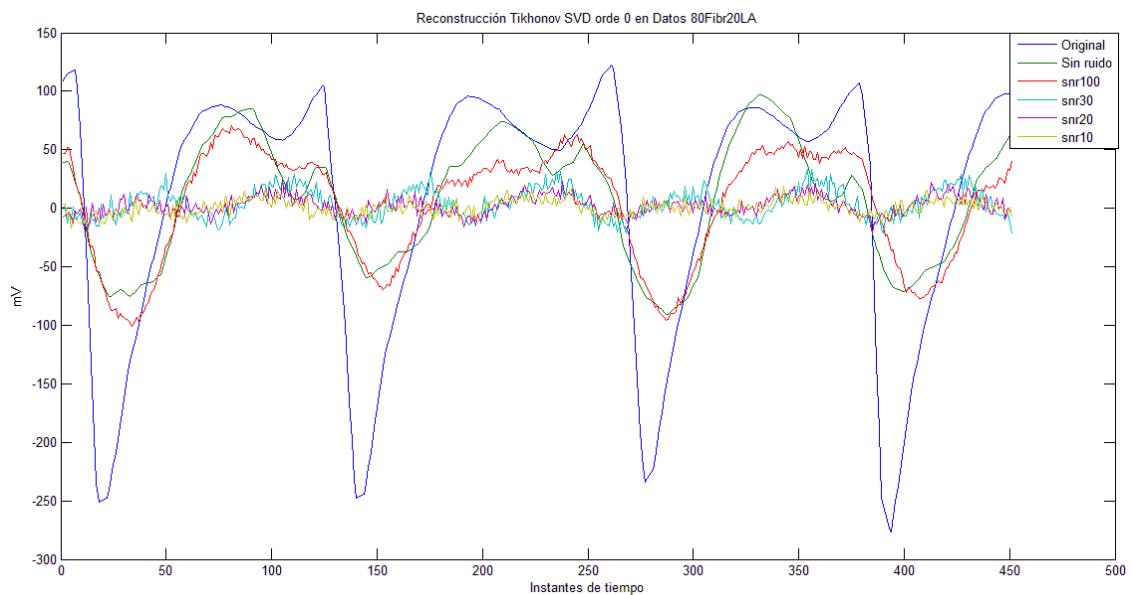


Figura 46. Reconstrucción Tikhonov SVD orden 0 en Datos 80Fibr20LA

Para todos los escenarios mostrados en la Figura 43, Figura 44, Figura 45 y Figura 46 se obtiene una reconstrucción muy parecida a la obtenida aplicando sólo Tikhonov de orden 0, demostrando que al reducir la dimensionalidad del problema eliminando aquellas ecuaciones que no aportan información no afecta al resultado pero si al tiempo de computación, ya que hay menor cantidad de cálculos que hacer.

Otra característica que se muestra en todas las gráficas obtenidas es que para SNR bajas a pesar de eliminar bastante ruido por el filtrado que introduce el algoritmo, no se consigue ninguna mejora en la reconstrucción.

A simple vista se puede deducir que el algoritmo funciona mejor en unos escenarios que en otros como por ejemplo es el caso de los tres primeros escenarios frente al último escenario 80Fibr20LA en el que se obtienen unos resultados deficientes, especialmente para SNRs bajas.

4.3.2 Estudio del Error Relativo y la correlación media con Tikhonov SVD

Para tener una mejor visión del comportamiento del algoritmo de Tikhonov SVD en los diferentes escenarios se mostraran en la Figura 47 los resultados de calcular el error relativo y la correlación media respecto de la señal original.

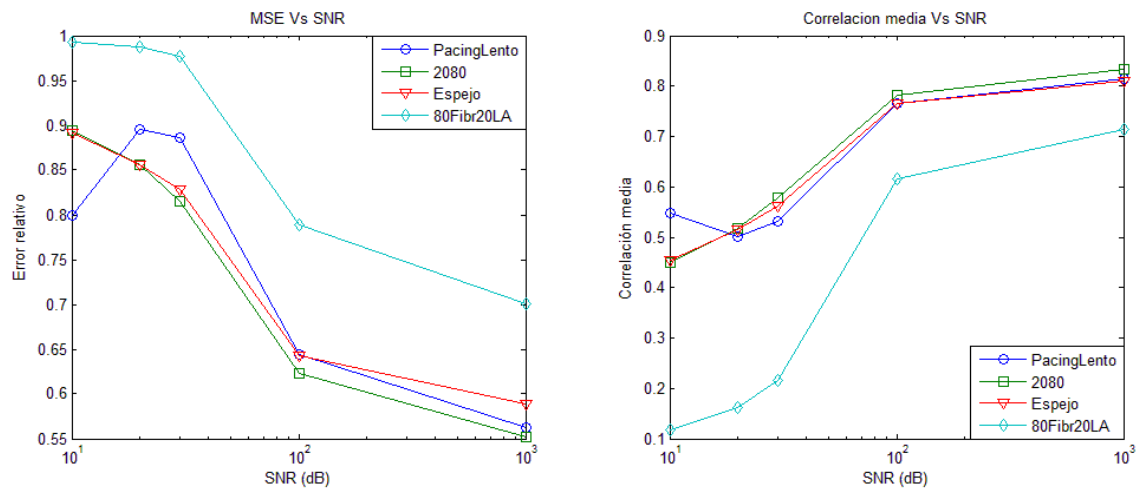


Figura 47. Error relativo y Correlación media con Tikhonov SVD

Atendiendo a los resultados de la Figura 47 se puede observar que para el caso 80Fibr20LA el algoritmo no es válido sobre todo para SNRs bajas, ya que presenta un error relativo en torno a 1 y una correlación cercana a 0.

Para el resto de los casos, las prestaciones que ofrece este algoritmo son muy parecidas entre sí. Aunque se puede ver que el caso que mejor se comporta es el datos 2080, ya que presenta un menor ruido y una mayor correlación respecto a la señal original. El siguiente algoritmo que mejor funciona sería PacingLento para SNRs altas, ya que comparándolo con Datos Espejo presenta la misma correlación, pero con un error menor. Mientras para SNRs bajas, se comporta mejor Datos Espejo ya que presenta un menor error y una correlación mayor.

4.4 Truncado de la descomposición en valores singulares (TSVD)

En este apartado se ha implementado el algoritmo TSVD cuyo esquema de módulos e interconexiones se puede ver en Anexo IV. Para conseguir los resultados se ha tenido que probar de forma empírica el valor de k elegido, por lo que los resultados obtenidos están limitados a la calidad de la aproximación del valor óptimo.

4.4.1 Reconstrucciones con TSVD

A continuación en la Figura 48, Figura 49, Figura 50 y Figura 51 se muestran las reconstrucciones obtenidas de aplicar el algoritmo TSVD.

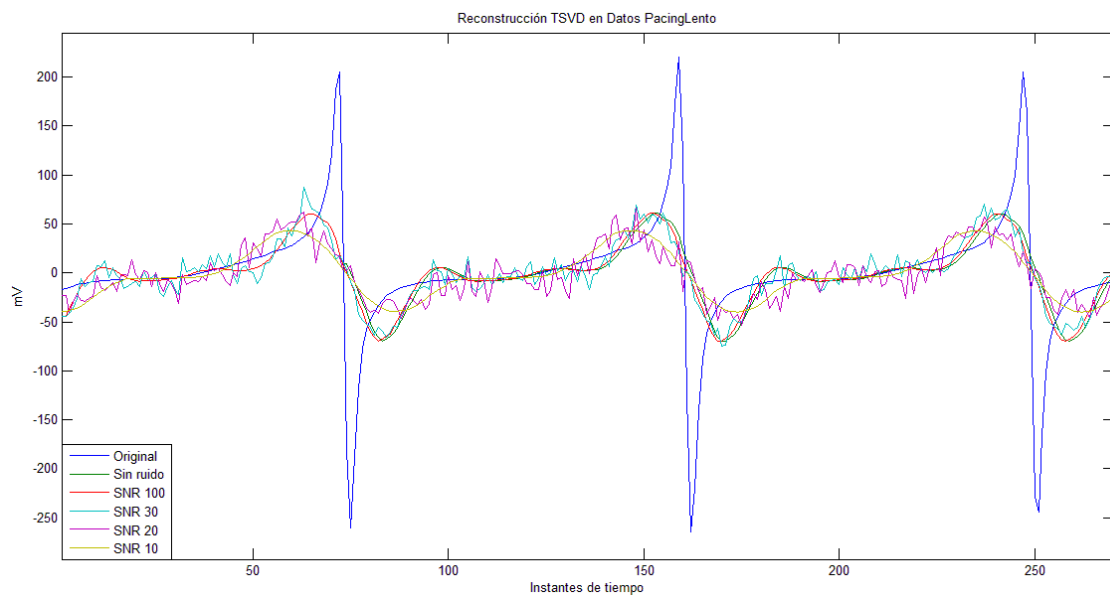


Figura 48. Reconstrucción TSVD en Datos PacingLento

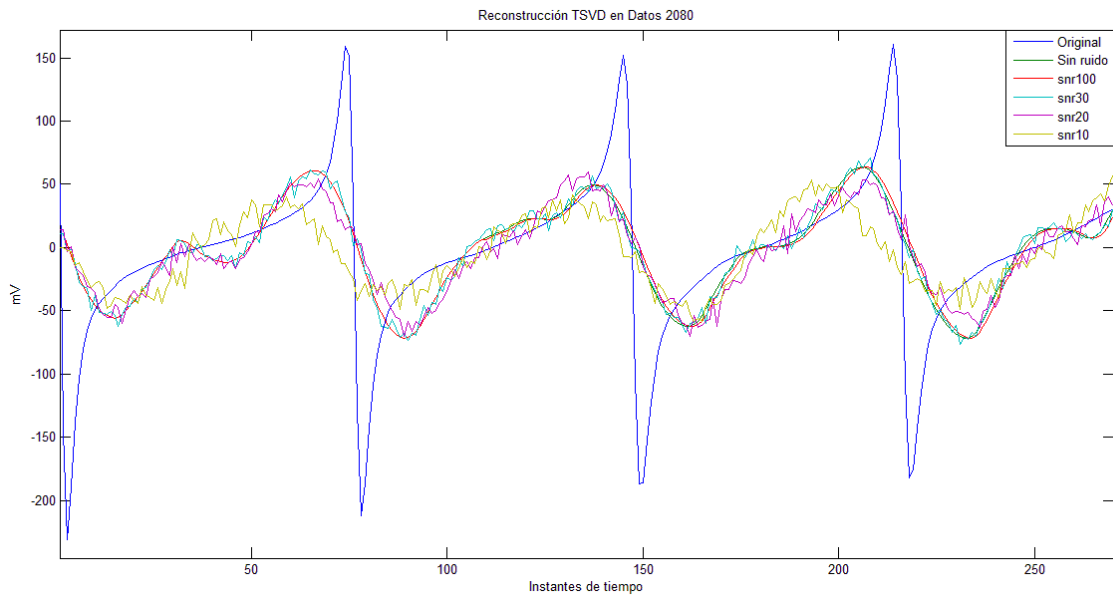


Figura 49. Reconstrucción TSVD en Datos 2080

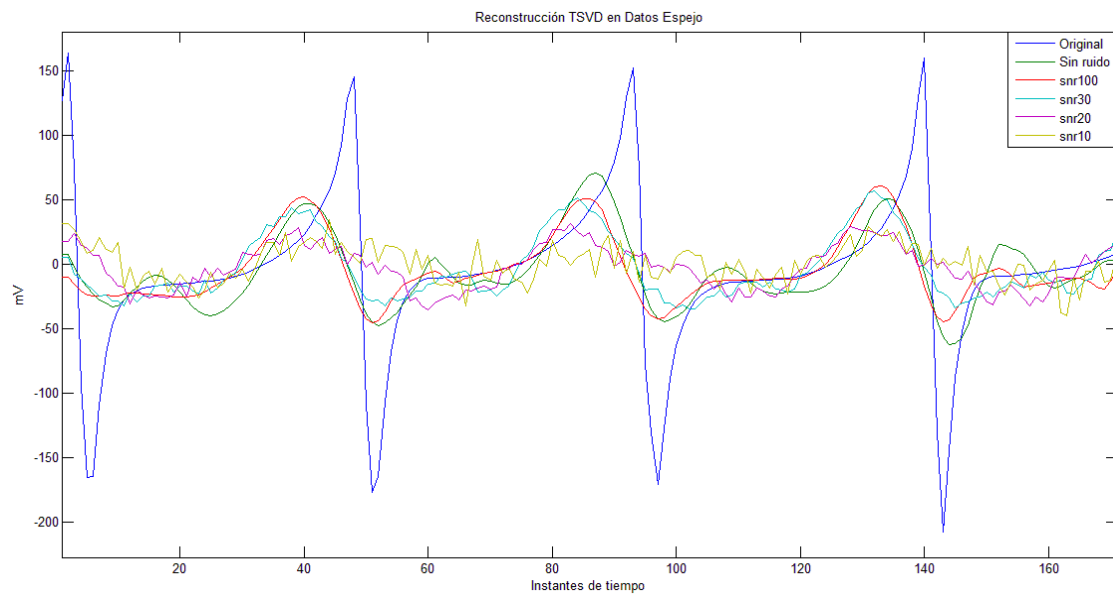


Figura 50. Reconstrucción TSVD en Datos Espejo

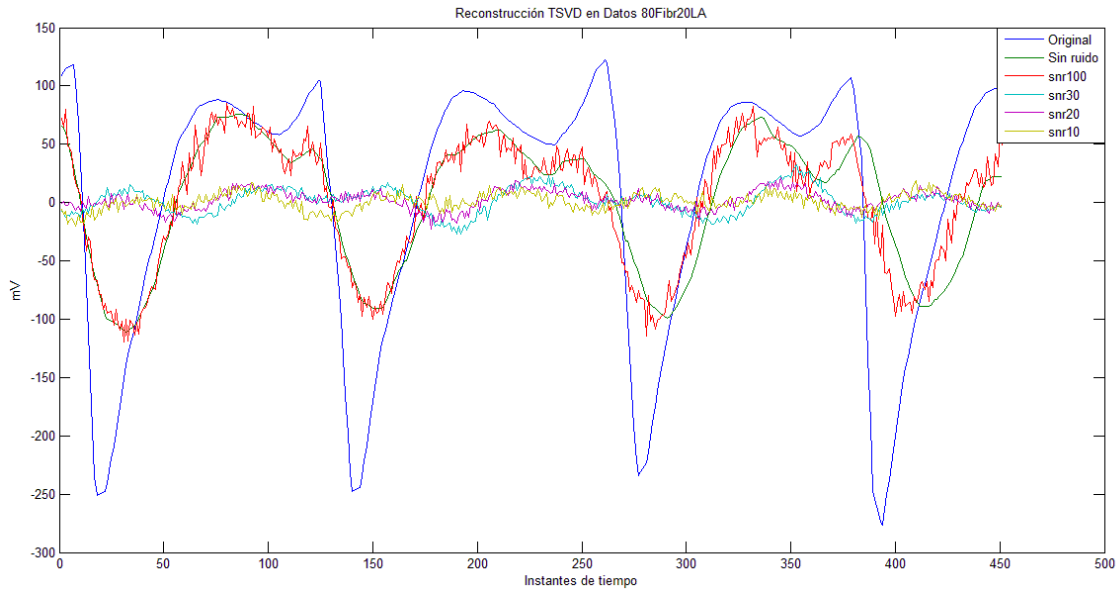


Figura 51. Reconstrucción TSVD en Datos 80Fibr20LA

A simple vista se puede observar que las reconstrucciones son peores que las obtenidas con los algoritmos anteriores. Esto se debe a que el filtrado que utiliza este algoritmo hace que la señal reconstruida tenga una mayor atenuación.

Además se observa que para los casos de PacingLento, 80Fibr20LA y Datos2080 se comporta mejor las reconstrucciones de SNR 100 que las reconstrucciones sin ruido. Esto es debido a que el propio ruido afecta a la reconstrucción, de manera que se aproxima más a las crestas haciendo que tenga un mayor parecido con la señal original.

Al igual que pasaba con los algoritmos anteriores, el escenario que peor funciona sigue siendo 80Fibr20LA. Esta es la reconstrucción que más cuesta conseguir de los casos estudiados, puesto que la diferencia entre las crestas superiores es pequeña y en el momento que hay ruido la reconstrucción no es capaz de diferenciar los picos haciendo que se muestre cuasi constante.

4.4.2 Estudio del Error Relativo y la correlación media con TSVD

Para poder comparar los resultados que se han conseguido de la implementación TSVD en los diferentes escenarios se muestra en la Figura 52 el error relativo y la correlación media.

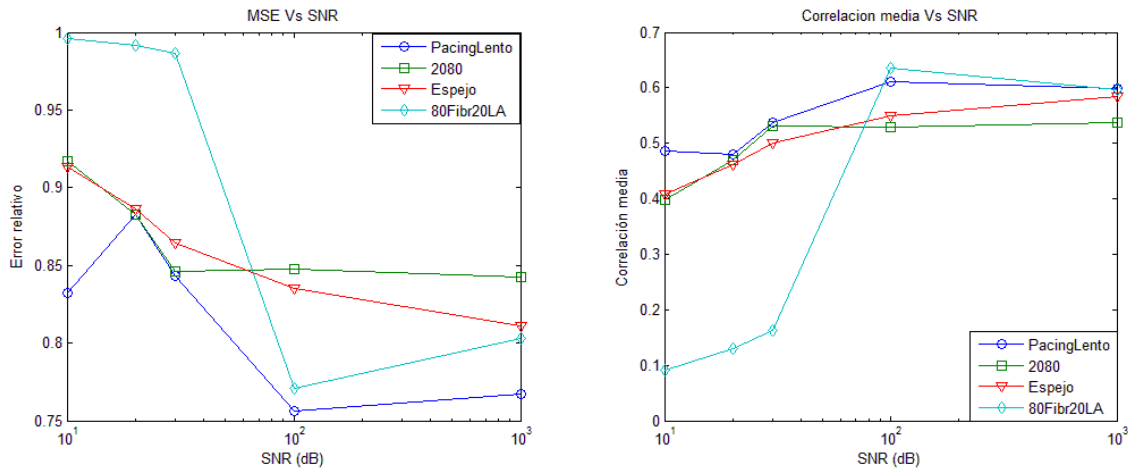


Figura 52. Error relativo y Correlación media con TSVD

Viendo los resultados obtenidos se confirma que el escenario que peor funciona sobre todo para SNRs bajas es 80Fibr20LA presentando un error relativo elevado y una correlación muy baja. Aunque si nos fijamos en las SNRs altas su correlación es mayor que para el resto de casos, esto es consecuencia de la elección del parámetro k . Para calcular el caso 80Fibr20LA en SNRs altas se ha usado un $k=200$ mientras que para el resto de algoritmos se ha usado un $k=50$. Esta diferencia de k es consecuencia de que para el caso 80Fibr20LA una $k=50$ en SNRs grandes reconstruía la señal como si fuera una constante por lo que se fue probando con distintos k hasta conseguir el mejor resultado posible. Por otro lado, en el resto de casos si aumentábamos la k aparecía demasiado ruido en la reconstrucción haciendo que no fuese válida.

Ahora bien, para los tres casos restantes ante los mismos valores de k se observa que el caso que mejor se comporta es el PacingLento, ya que presenta el menor error y la mayor correlación respecto a la señal original. Seguido por el Datos Espejo y concluyendo con Datos 2080.

4.5 Resultados de comparación de métodos

En este apartado se compararán los resultados obtenidos para los diferentes algoritmos ante diferentes escenarios. Por un lado, analizaremos el error relativo y por otro lado, la correlación media ante diferentes SNRs.

4.5.1 Análisis del Error Relativo obtenido.

En las tablas Tabla 1, Tabla 2, Tabla 3 y Tabla 4 se muestra de forma resumida el error relativo para los distintos algoritmos usados en este proyecto variando la SNR.

PacingLento		Error Relativo				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.7993	0.8490	0.8822	0.7993
20 dB		0.8949	0.8226	0.8446	0.8949	0.8830
30 dB		0.8875	0.7957	0.8196	0.8863	0.8433
100 dB		0.6664	0.6436	0.6616	0.6439	0.7565
1000 dB		0.5621	0.5859	0.7021	0.5621	0.7674

Tabla 1. Error relativo para el Caso de PacingLento.

Datos_2080		Error Relativo				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.8939	0.9506	0.9799	0.8939
20 dB		0.8671	0.9119	0.9453	0.8553	0.8829
30 dB		0.8168	0.8747	0.9071	0.8152	0.8463
100 dB		0.6224	0.6646	0.6910	0.6224	0.8475
1000 dB		0.5525	0.5874	0.6082	0.5525	0.8423

Tabla 2. Error relativo para el Caso de Datos 2080.

Datos Espejo		Error Relativo				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.8908	0.9472	0.9760	0.8908
20 dB		0.8562	0.9013	0.9433	0.8562	0.8865
30 dB		0.8277	0.8625	0.8959	0.8277	0.8644
100 dB		0.6426	0.6715	0.6944	0.6426	0.8351
1000 dB		0.5892	0.6119	0.6266	0.5892	0.8114

Tabla 3. Error relativo para el Caso de Datos Espejo.

Datos 80Fibr20LA		Error Relativo			
Algoritmo SNR	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
10 dB	0.9932	0.9968	0.9982	0.9932	0.9959
20 dB	0.9871	0.9907	0.9966	0.9871	0.9916
30 dB	0.9771	0.9904	0.9942	0.9768	0.9867
100 dB	0.7888	0.8502	0.8839	0.7887	0.7711
1000 dB	0.7008	0.7443	0.7711	0.7009	0.8030

Tabla 4. Error relativo para el Caso de Datos 80Fibr20LA.

Mirando las tablas se puede ver cómo afecta la cantidad de ruido a las reconstrucciones, al ir aumentando éste, se tiene un mayor error y el resultado empeora de forma clara en la mayoría de los casos. Aunque en algunas ocasiones, la propia perturbación del ruido, hace que la reconstrucción y la señal original tengan un mayor parecido en los cambios bruscos de ésta. Como por ejemplo en el caso de Tikhonov de orden 0 para el escenario PacingLento, en el que para una SNR de 10 dB se tiene un error de 0.7993 mientras que para 20 dB se tiene 0.8949.

También se comprueba que el escenario que peor funciona en todos los algoritmos es el de 80Fibr20LA, dando errores cercanos a uno. Dando a deducir que estos algoritmos no son óptimos para este tipo de escenarios, en los cuales hay una gran cantidad de pulsos superpuestos.

Por último, se llega a la conclusión que los algoritmos que mejor se comportan dando un menor error medio es el de TikhonovSVD y Tikhonov, destacando el de orden 0 frente a orden 1 y 2. Siendo TSVD el peor algoritmo mostrando un error muy alto.

4.5.2 Análisis de la Correlación promedia obtenida.

En las tablas Tabla 5, Tabla 6, Tabla 7 y Tabla 8 se muestra de forma resumida la correlación media para los distintos algoritmos usados en este proyecto variando la SNR.

PacingLento		Correlación promedio				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.5477	0.4595	0.4151	0.5477
20 dB		0.5009	0.5136	0.4696	0.5009	0.4800
30 dB		0.5297	0.5586	0.5145	0.5314	0.5378
100 dB		0.7541	0.7436	0.7244	0.7648	0.6118
1000 dB		0.8140	0.7946	0.6959	0.8139	0.5977

Tabla 5. Correlación media para el Caso de Datos PacingLento.

Datos_2080		Correlación promedio				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.4495	0.3395	0.2638	0.4495
20 dB		0.4987	0.4194	0.3528	0.5184	0.4696
30 dB		0.5767	0.4889	0.4289	0.5791	0.5321
100 dB		0.7824	0.7470	0.7227	0.7824	0.5299
1000 dB		0.8334	0.8091	0.7936	0.8334	0.5380

Tabla 6. Correlación para el Caso de Datos 2080.

Datos Espejo		Correlación promedio				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.4534	0.3461	0.2396	0.4534
20 dB		0.5163	0.4426	0.3559	0.5163	0.4611
30 dB		0.5617	0.5087	0.4523	0.5617	0.5014
100 dB		0.7666	0.7407	0.7192	0.7666	0.5491
1000 dB		0.8091	0.7914	0.7795	0.8091	0.5838

Tabla 7. Correlación para el Caso de Datos Espejo.

Datos_80Fibr20LA		Correlación promedio				
SNR	Algoritmo	Tikhonov orden 0	Tikhonov orden 1	Tikhonov orden 2	Tikhonov SVD orden 0	TSVD
	10 dB		0.1167	0.0829	0.0674	0.1167
20 dB		0.1609	0.1396	0.0855	0.1610	0.1296
30 dB		0.2142	0.1425	0.1100	0.2158	0.1619
100 dB		0.6157	0.5297	0.4717	0.6159	0.6364
1000 dB		0.7135	0.6683	0.6376	0.7134	0.5963

Tabla 8. Correlación media para el Caso de Datos 80Fibr20LA

Observando las tablas de correlación, se puede confirmar lo dicho en el apartado anterior (4.5.1), ya que los casos que presentaban menor error son los que muestran mayor correlación. Sin embargo, para las excepciones de los casos mencionados donde el error es menor para unas SNRs bajas, la correlación va a mostrar unos valores acordes a la relación que hay entre las dos señales comparadas.

También se vuelve a comprobar que el caso que peor funciona es 80Fibr20LA, ya que los valores de su correlación son los más bajos entre todos los escenarios. A su vez, el orden de algoritmos que mejor se comporta son TikhonovSVD y Tikhonov para sus diferentes órdenes. Siendo TSVD el peor algoritmo de todos ellos.

Capítulo 5

Conclusiones

En este capítulo se contarán las conclusiones a las que se ha llegado después de la realización de este proyecto tanto del problema inverso como de la herramienta SCIRun usada para implementarlo.

Para desarrollar este proyecto se ha usado la herramienta SCIRun como se ha mencionado a lo largo de la memoria. Esta herramienta a primera vista puede parecer sencilla de usar ya que se trata de utilizar módulos e interconectarlos entre ellos, pero la verdad es que la documentación aportada por los desarrolladores es escasa. Esto hace que comprender el funcionamiento se haga complicado y conlleve mucho tiempo.

Una vez que se consigue la implementación de los diferentes algoritmos en SCIRun, puede notarse que esta herramienta aún está en proceso de desarrollo ya que presenta errores muy básicos como ha ocurrido al implementar el algoritmo “Truncated SVD”, donde el nombre de la variable a introducir se mostraba de forma errónea o cuando se selecciona el modo automático aparece una imagen que describe la *curva L* cuando no se utiliza.

Computacionalmente, SCIRun tiene un coste importante en la realización de cálculos ya que estos los hace de una forma vectorial. A causa de ello, en algoritmos donde se tengan un gran número de muestras, el tiempo de cálculo aumenta en gran medida. Un ejemplo sería el algoritmo de Tikhonov. Por otra parte, esta funcionalidad hace posible la detección de errores antes de que termine la ejecución completa del proceso. Además, también se permite la selección de un instante o rango específico del tiempo que se quiera utilizar para el cálculo.

Otra característica importante de SCIRun es su visualización 3D del resultado de nuestro algoritmo. Haciendo que se pueda examinar fácilmente y con detalle todos los datos desde cualquier punto de vista ayudando a discernir cualquier fallo o incoherencia en el resultado de una forma más sencilla.

Comparando SCIRun con otro programa que también implemente el problema inverso, como es el caso de Matlab, se obtienen unos resultados muy similares en las reconstrucciones. Desde un punto de vista computacional Matlab funciona de una forma más ligera cuando se trabaja con una gran cantidad de datos y variables, ya que permite hacer los cálculos de forma matricial o vectorial.

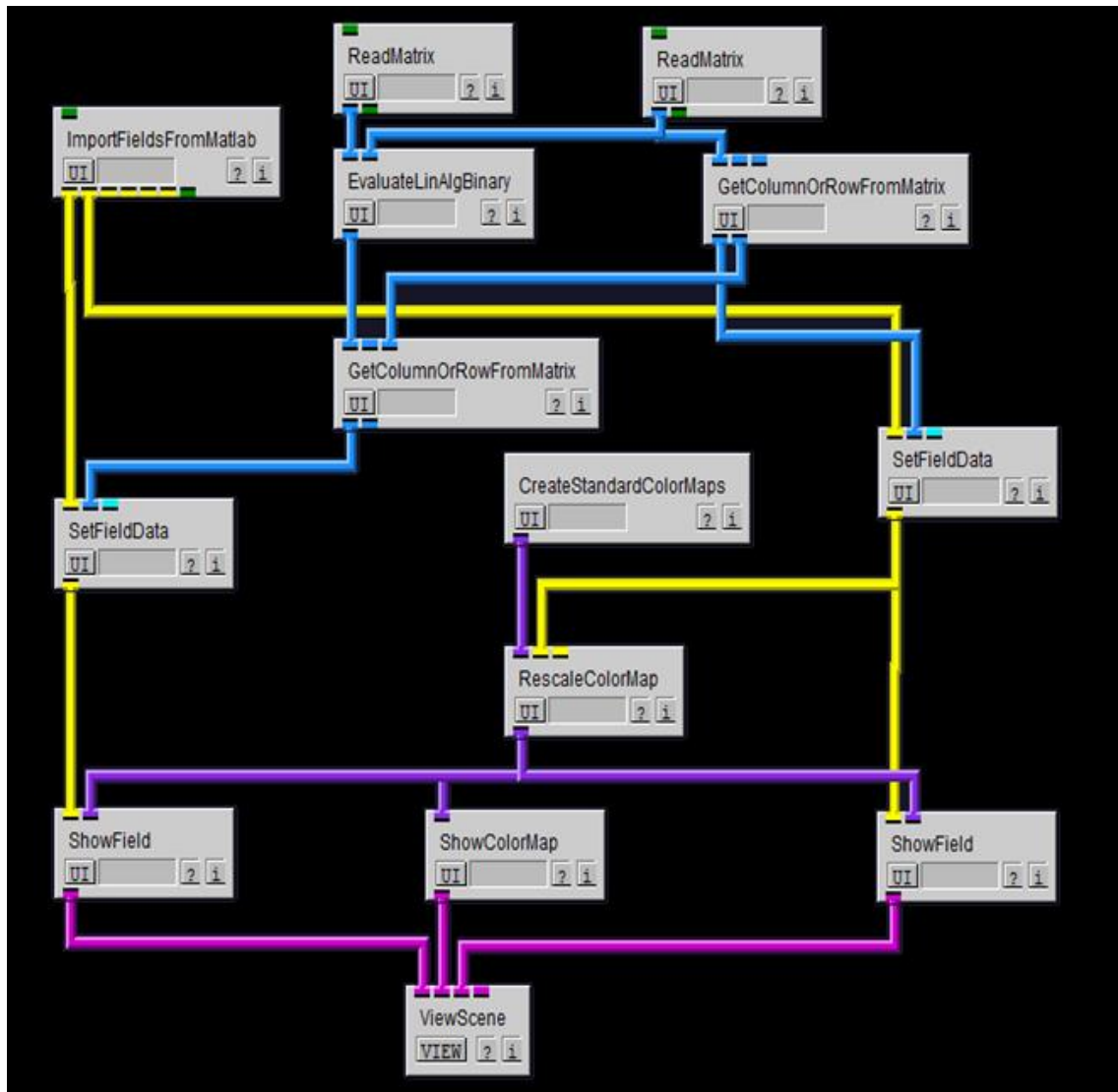
Por otro lado, ofrece una mayor información sobre el comportamiento de cada una de sus funciones. Contrariamente, SCIRun tiene una mayor limitación en este aspecto a pesar de usar funciones integradas del propio Matlab, donde la propia simplificación de estas funciones da una mayor dificultad a la hora de intentar resolver cualquier contratiempo que se tenga en aspectos específicos de los diferentes módulos.

Por todo esto se puede concluir que la herramienta SCIRun se encuentra aún en un proceso de desarrollo ya que ahora mismo comparado con Matlab no consigue ser superior a éste ni computacional ni eficientemente. Sin embargo, la proyección que puede ofrecer en un futuro, le da una posibilidad de convertirse en una herramienta muchísimo más atractiva para la comunidad científica y especialmente para la médica por su simplicidad en muchos aspectos y la abstracción que propone.

En lo que se refiere al problema inverso, se puede concluir que los resultados obtenidos aún están lejos de conseguir ser realmente válidos para su utilización en la práctica clínica. Como se ha visto en los resultados, en el momento que hay ruido, los algoritmos no son capaces de eliminarlo haciendo que las reconstrucciones se distorsionen demasiado. Además otro de los inconvenientes que se presenta es que cada paciente presenta unas condiciones diferentes, y el utilizar un modelado teórico hace que se pierda mucha información en la práctica. Por lo que aún queda un largo camino para poder aplicarse de forma eficiente en la práctica clínica.

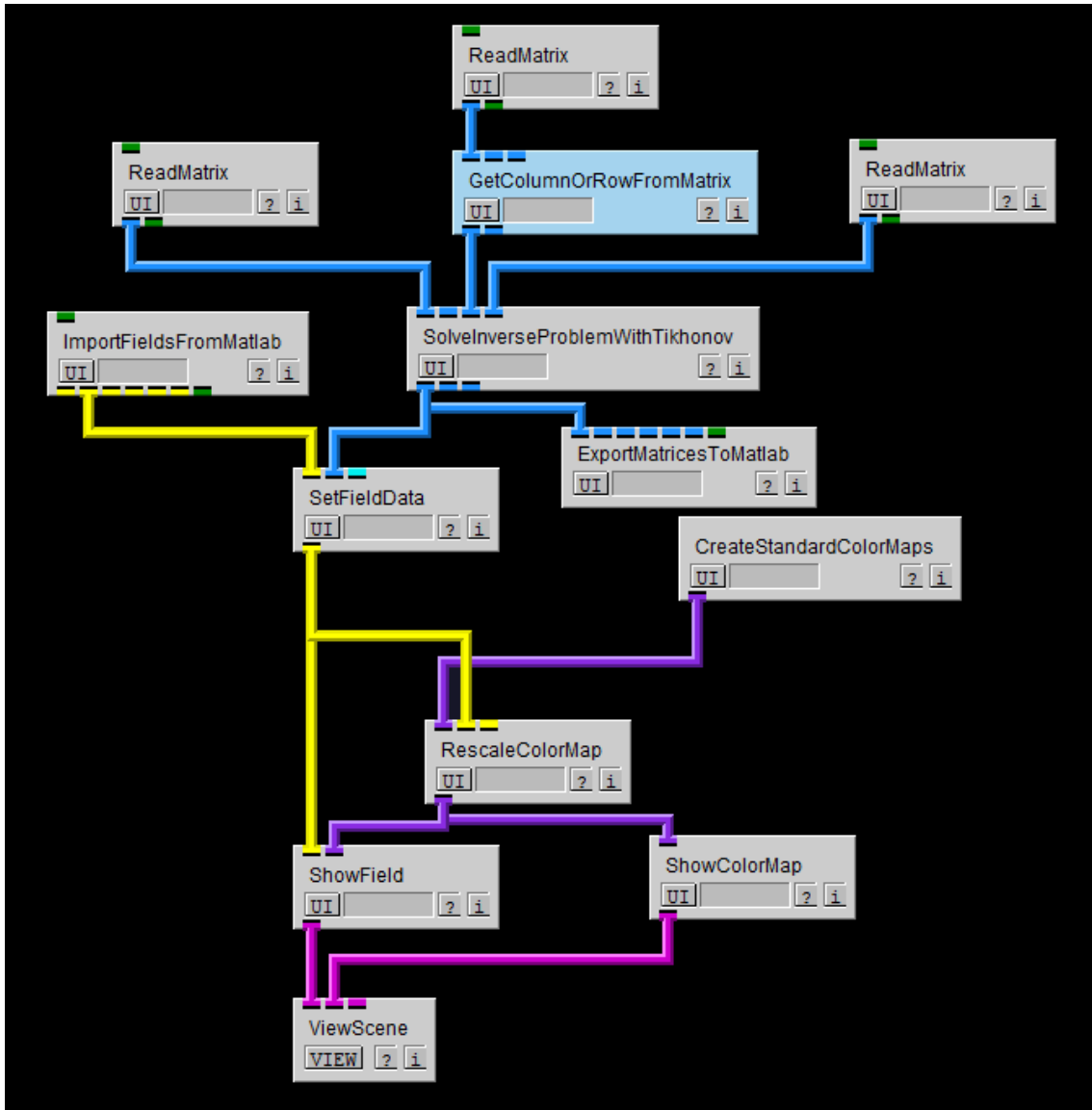
Anexo I.

Esquema para implementar en la herramienta SCIRun el problema directo con el modelo de esferas.



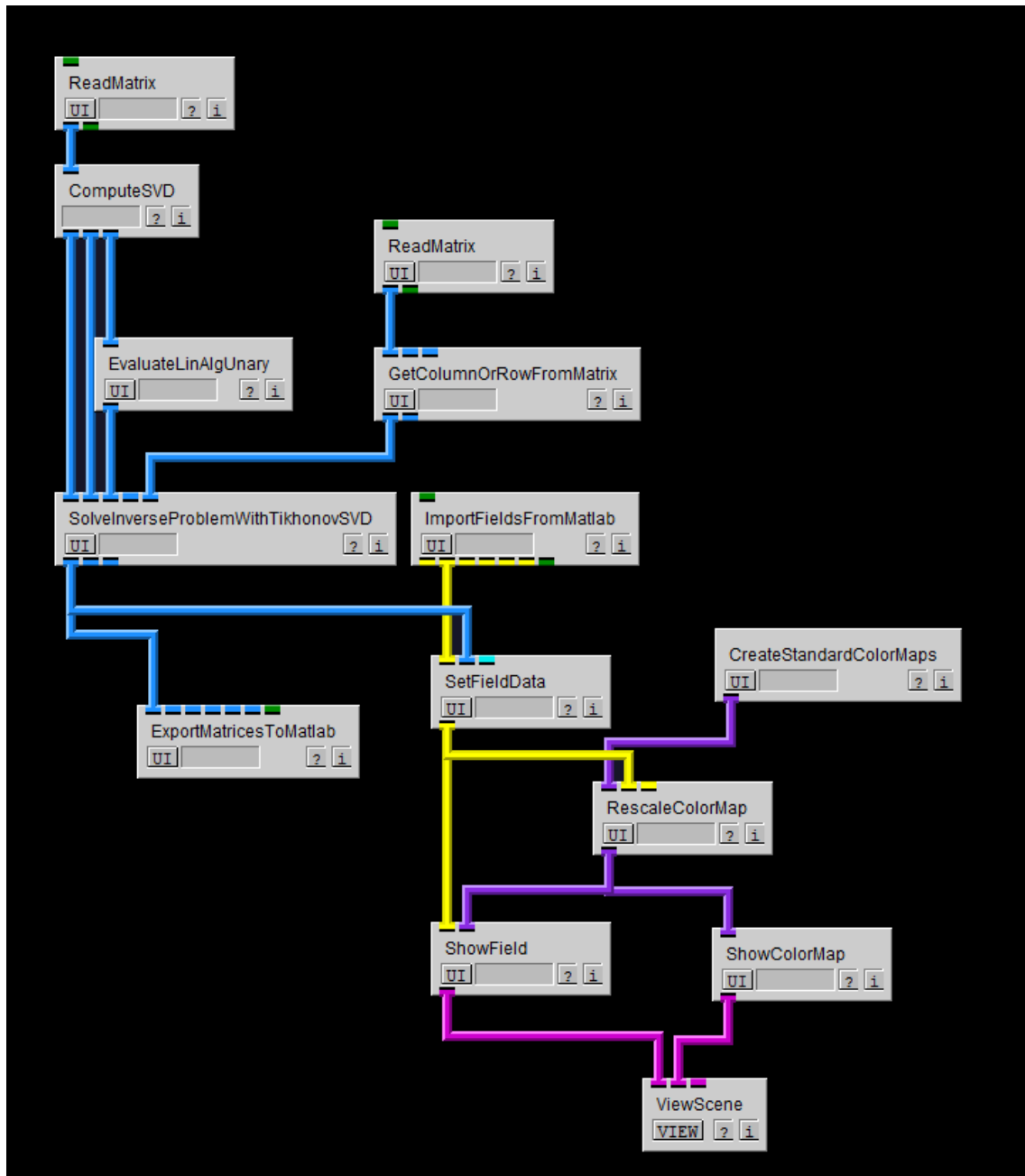
Anexo II.

Esquema para implementar en la herramienta SCIRun el algoritmo Tikhonov con el modelo de esferas.



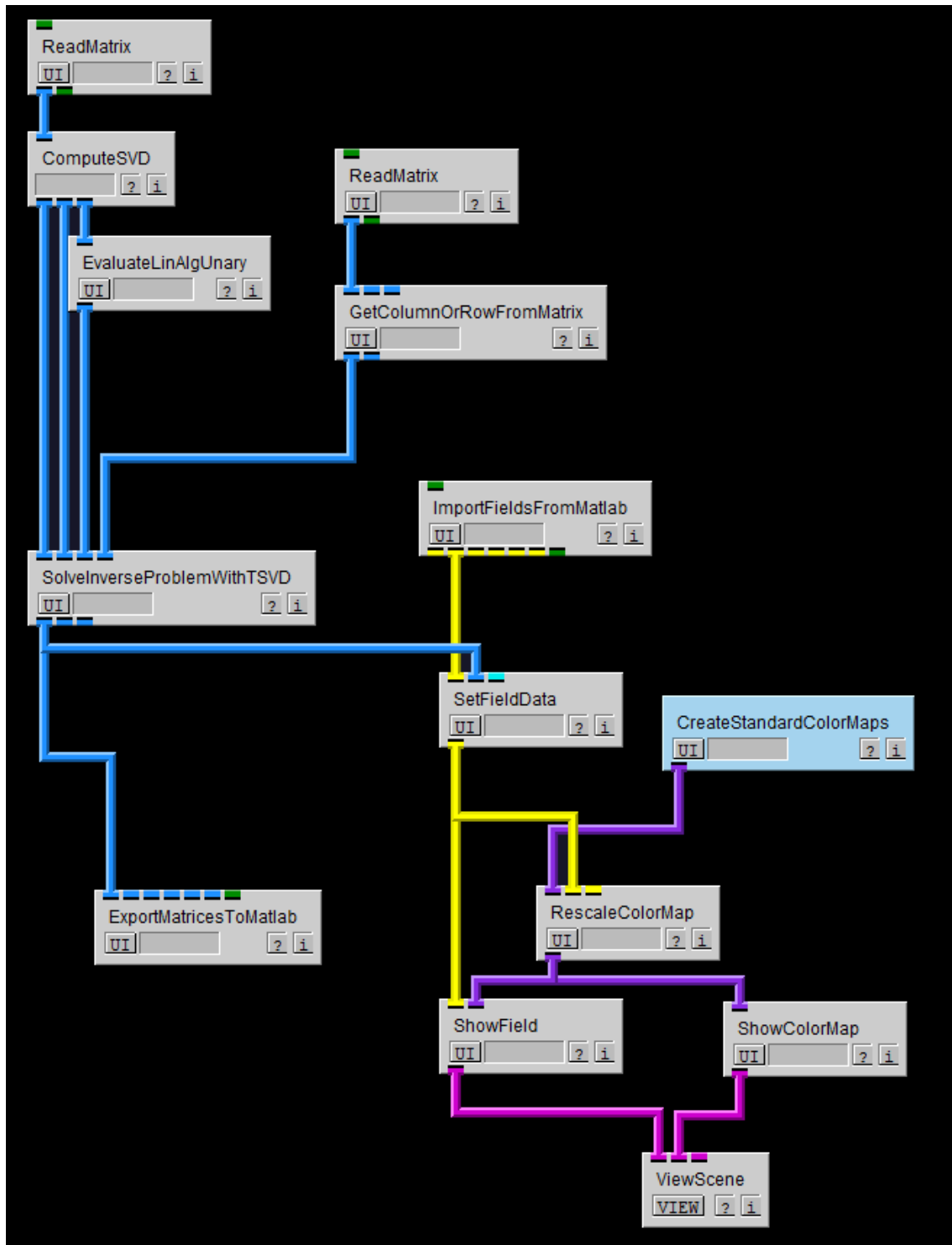
Anexo III.

Esquema para implementar en la herramienta SCIRun el algoritmo Thikonov SVD con el modelo de esferas.



Anexo IV.

Esquema para implementar en la herramienta SCIRun el algoritmo TSVD con el modelo de esferas.



Bibliografía

[1] Historia de la electrocardiografía.

Disponible en: http://www.fac.org.ar/edicion/historia/rosario/pdf_zip/cap02.pdf

[2] The global burden of disease: 2004 update. World Health Organization, Geneva, 2008.

[3] J. Jalife. Introduction to the series on computational Approaches to cardiac arrhythmias, traslation into diagnostics and therapy. *Circ Res.* 2013, 112: 831-833.

[4] D.J. Ramírez, Comparación de métodos de regularización aplicados al problema inverso en electrocardiografía, 2015.

[5] Le Heuzey JY, Paziaud O, Piot O, et al. Cost of care distribution in atrial fibrillation patients: the COCAF study. *Am Heart J* 2004, 147: 121-6.

[6] J. P. Torrecilla, Implementación y estudio de métodos numéricos para la resolución del problema directo e inverso de la electrocardiografía: modelado de la actividad eléctrica en la superficie del torso, Tesis de Master, 2010.

[7] T. Berger et al. Single-beat noninvasive imaging of cardiac electrophysiology of ventricular pre-excitation. *J Am Coll Cardiol.* 2006, 48(10): 2045-2052.

[8] El corazón.

Disponible en: <http://cienciasnaturales.carpetapedagogica.com/2011/09/el-corazon.html>

[9] Estructura del corazón.

Disponible en: http://encyclopedia.lubopitko-bg.com/Structure_of_the_Heart.html

[10] Ciclo cardiaco.

Disponible en: <http://www.blogdebiologia.com/fases-del-ciclo-cardiaco.html>

[11] Ondas componentes del ECG.

Disponible en: http://www.electrocardiografia.es/ondas_ecg.html

[12] Derivaciones precordiales

Disponible en: <http://idd00c5r.eresmas.net/edepre.html>

[13] F. A. Atienza, Estudio del campo eléctrico registrado en catéteres durante trastornos en la conducción cardiaca, 2012.

[14] University of Utah. http://library.med.utah.edu/kw/pharm/hyper_heart1.html.

[15] Y. Jiang, Solving the Inverse Problem of Electrocardiography in a Realistic Environment, KIT Scientific Publishing, 2010.

[16] P. C. Hansen, «The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems» 1999.

[17] Programas de procesamiento en imagen médica.

Disponible en:

<http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/12008/fichero/5.Programas+de+procesamiento+d+e+im+E1genes+m%E9dicas+en+la+actualidad.pdf>

[18] Matlab.

Disponible en:

<http://nereida.deioc.ull.es/~pcgull/ihiu01/cdrom/matlab/contenido/node2.html>

[19] Biblioteca Nacional de Medicina de los EE.UU.

Disponible en: <http://www.nlm.nih.gov/>

[20] Potencial de acción.

Disponible en: <http://www.itaca.edu.es/potencial-accion-cardiaco.htm>

[21] Electrocardiograma.

Disponible en: <http://www.fundaciondelcorazon.com/informacion-parapacientes/metodos-diagnosticos/electrocardiograma.html>

[22] Componentes de la señal electro cardiaca.

Disponible en: http://www.electrocardiografia.es/ondas_ecg.html

[23] Síndrome de Brugada.

Disponible en: http://www.texasheart.org/HIC/Topics_Esp/Cond/brugada_sp.cfm

